

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO TECNOLÓGICO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

**REDUÇÃO DE CAUSALIDADES ESPÚRIAS EM MÉTODOS
PARAMÉTRICOS DE DETECÇÃO DE CAUSALIDADE**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

VINICIUS BELMUDS VASCONCELOS

VITÓRIA

2016

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO TECNOLÓGICO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

**REDUÇÃO DA CAUSALIDADE ESPÚRIA EM MÉTODOS
PARAMÉTRICOS DE DETECÇÃO DE CAUSALIDADE**

VINICIUS BELMUDS VASCONCELOS

Dissertação de Mestrado apresentada como
requisito parcial para obtenção do título de
Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador:
Prof. Dr. Celso José Munaro.

VITÓRIA

2016

Dados Internacionais de Catalogação-na-publicação (CIP)
(Biblioteca Setorial Tecnológica,
Universidade Federal do Espírito Santo, ES, Brasil)

V331s Vasconcelos, Vinicius Belmuds, 1988-
Redução de causalidades espúrias em métodos
paramétricos de detecção de causalidade / Vinicius Belmuds
Vasconcelos. – 2016.
70 f. : il.

Orientador: Celso José Munaro.
Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) –
Universidade Federal do Espírito Santo, Centro Tecnológico.

1. Causalidade. 2. Análise de variância. 3. Testes de
hipóteses estatísticas. 4. Estatística F. 5. Causalidade de
Granger. 6. Correção de Bonferroni. 7. Análise de resíduos. I.
Munaro, Celso José. II. Universidade Federal do Espírito Santo.
Centro Tecnológico. III. Título.

CDU: 621.3

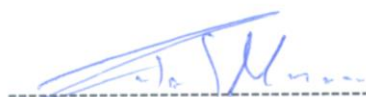
VINICIUS BELMUDS VASCONCELOS

**REDUÇÃO DA CAUSALIDADE ESPÚRIA EM MÉTODOS
PARAMÉTRICOS DE DETECÇÃO DE CAUSALIDADE**

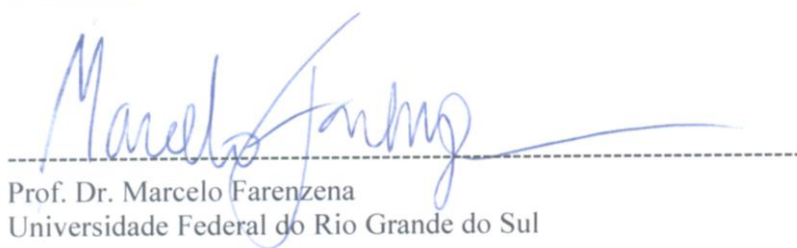
Dissertação submetida ao programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica do Centro Tecnológico da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para a obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

Aprovada em 4 de novembro de 2016.

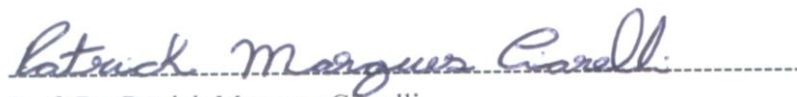
COMISSÃO EXAMINADORA



Prof. Dr. Celso José Munaro
Universidade Federal do Espírito Santo
Orientador



Prof. Dr. Marcelo Farenzena
Universidade Federal do Rio Grande do Sul



Prof. Dr. Patrick Marques Ciarelli
Universidade Federal do Espírito Santo

*“A ciência não pode prever o que vai acontecer.
Só pode prever a probabilidade de algo acontecer.”
(César Lattes)*

Agradecimentos

A Deus, por me guiar pelos caminhos certos. Aos meus pais, pelo apoio que sempre me deram em todos os momentos da minha vida. Ao meu orientador, Professor Dr. Celso José Munaro por toda a sua dedicação e conselhos na elaboração deste trabalho. A todo o pessoal do LCI, que durante estes dois anos foram muito mais do que companheiros de trabalho, mas foram também amigos e grandes incentivadores: Felipe Lobo, Arthur Rosa, Victor Trancoso, Vitor Roriz, Óscar Becerra, Ademir Piontkovsky, Alexandre Paes, Marcos Vinicius Cypriano e Roberto Vieira Júnior. À minha namorada, Gabriella, por todo o apoio e incentivo concedido a mim na elaboração deste trabalho: a sua forma de pensar de que tudo daria certo, realmente fez tudo dar certo e isto fez completamente toda a diferença! Aos meus amigos, que sempre estiveram presentes em minha vida. À Capes, pelo apoio financeiro por meio da concessão de bolsas de apoio à pesquisa.

Muito Obrigado!

Resumo

Métodos de detecção de relações de causa e efeito entre variáveis têm sido desenvolvidos e aplicados em diversas áreas do conhecimento. Métodos paramétricos e não paramétricos requerem testes de significância estatística para confirmar ou não a existência de causalidade. Este trabalho enfoca os métodos paramétricos, nos quais uma das decisões que afeta os testes de significância estatística é a ordem do modelo. A seleção da ordem é feita aqui por diferentes critérios. Os métodos de Granger e de relações de causalidade baseada em análise de resíduos têm seu desempenho avaliado à luz de diferentes critérios para escolha da ordem de modelos e a um maior rigor no uso de testes estatísticos de múltiplas comparações. O objetivo é reduzir o número de relações de causalidade espúrias, que podem produzir conclusões errôneas devido a erros na topologia existente entre as variáveis analisadas. As análises e propostas de melhorias são avaliadas usando três estudos de caso, sendo um com dados sintéticos e dois com dados de diferentes processos industriais.

Abstract

Methods for detection of the cause and effect relationships between variables have been developed and are applied in many areas of knowledge. Parametric and non-parametric methods require statistical significance tests to confirm or not the existence of causality. This work focuses on the parametric methods, in which a decision that affects the tests of statistical significance is the model order. The selection of the order is made here by different criteria. Granger methods and causal relationships based on residual analysis have their performance assessed under different criteria for choosing the order of models and greater rigor in the use of statistical tests of multiple comparisons. The goal is to reduce the number of spurious causal relationships, which can produce erroneous conclusions due to errors in the existing topology between the analyzed variables. The analysis and proposed improvements are evaluated using three case studies, one with synthetic data and two with data from different industrial processes.

Lista de Figuras

Figura 2.1. Fluxograma do método CRRA.....	32
Figura 3.1. Mapa causal dos sinais sintéticos utilizados	43
Figura 3.2. Sinais no tempo das 3 variáveis usadas	43
Figura 3.3. Índices de desempenho calculados após a utilização do método CRRA modificado e original com níveis de confiança $\alpha=5\%$ e $\alpha=1\%$	44
Figura 3.4. Valores singulares dos regressores de entrada utilizados nos modelos ARX.	45
Figura 3.5. Diagrama de instrumentação das malhas de controle selecionadas	47
Figura 3.6. Mapa causal de acordo com os operadores	47
Figura 3.7. (a) Sinais originais no tempo. (b) Sinais no tempo após a primeira diferenciação.....	48
Figura 3.8. Valores dos critérios para ordens de 1 a 20.....	49
Figura 3.9. Estatística f e limiar variando a ordem do modelo.....	49
Figura 3.10. Comportamento dos termos f_1 e f_2 da estatística f com o aumento da ordem do modelo	50
Figura 3.11. Inferência de causalidade com o aumento da ordem do modelo para os 7 sinais.	52
Figura 3.12. Mapa causal obtido pela análise da Figura 3.11	53
Figura 3.13. Novo mapa causal obtido após a utilização da frequência de causalidade	54
Figura 3.14. Valores singulares dos regressores de entrada para os sete sinais da planta termoelétrica	55
Figura 3.15. Representação esquemática do processo dos trocadores de calor.....	56
Figura 3.16. Mapa causal do processo dos trocadores de calor.....	57
Figura 3.17. (a) Sinais originais no tempo. (b) Sinais no tempo após a diferenciação ..	58
Figura 3.18. Resultados da inferência estatística para os 9 sinais do processo dos trocadores de calor.....	60
Figura 3.19. Mapa causal obtido pela análise da Figura 3.18	61
Figura 3.20. Novo mapa causal obtido após a utilização da frequência de causalidade	62
Figura 3.21. Mapa causal obtido utilizando método CRRA Modificado.....	63
Figura 3.22. Valores singulares dos regressores de entrada para os nove sinais do processo dos trocadores de calor	63
Figura 3.23. Mapas causais obtidos pelas aplicações dos métodos. Os arcos pretos representam as relações comuns encontradas pelos dois métodos, os arcos verdes mostram somente as relações encontradas pelo método de Granger e os arcos marrons mostram apenas as relações encontradas pelo método CRRA modificado.....	64

Lista de Tabelas

Tabela 2.1. Quantidade de testes estatísticos na matriz de causalidade do primeiro caso proposto	26
Tabela 2.2. Quantidade de testes estatísticos na matriz de causalidade do segundo caso proposto	27
Tabela 2.3. Relações lógicas de causalidade do método CRRA	33
Tabela 3.1. Definição dos parâmetros utilizados para cálculo dos índices de desempenho	40
Tabela 3.2. Resumo das propostas de aplicação dos métodos.....	42
Tabela 3.3. Descrição das malhas de controle da termoelétrica.....	48
Tabela 3.4. Ordens de estimação dos modelos cujos resíduos se tornam ruído branco e intervalos utilizados para inferência da causalidade de Granger.....	51
Tabela 3.5. Frequências de detecções e ausência de detecções de causalidade para as relações duvidosas	54
Tabela 3.6. Descrição das variáveis selecionadas	57
Tabela 3.7. Ordens de estimação dos modelos cujos resíduos se tornam ruído branco e intervalos utilizados para inferência da causalidade de Granger.....	59
Tabela 3.8. Frequências de detecções e ausência de detecções de causalidade para as relações duvidosas	61
Tabela 3.9. Ordens estimadas para os modelos de pares de variáveis.....	62

Sumário

1	Introdução	13
1.1	Objetivos e estrutura da dissertação	15
1.2	Artigos aceitos para publicação em congressos	15
2	Métodos de detecção de causalidade.....	17
2.1	Introdução	17
2.2	Modelagem matemática	20
2.3	Causalidade de Granger e inferência estatística	22
2.3.1	Causalidade Bivariável de Granger.....	22
2.3.2	Causalidade Condicional de Granger	24
2.3.3	Testes de múltiplas comparações e a causalidade de Granger	26
2.3.4	Métodos de seleção da ordem de modelos baseados na teoria da informação para a análise de Granger	28
2.3.5	Técnicas de validação de modelos aplicadas à análise de Granger.....	29
2.4	Causalidade baseada na análise de resíduos.....	30
2.4.1	Fluxograma e funcionamento do método.....	31
2.4.2	Análise e propostas de melhorias no método	34
2.5	Condições e pré-processamento dos dados para utilização dos métodos de análise de causalidade	34
3	Aplicação dos métodos de causalidade	39
3.1	Metodologia para testes e comparações	39
3.1.1	Índices para avaliação de resultados	39
3.1.2	Metodologia para aplicação dos métodos de causalidade	40
3.1.3	Proposta de aplicação dos métodos	42
3.2	Aplicação em dados sintéticos	42
3.2.1	Comentários	45
3.3	Aplicação em dados de uma central termoeétrica	46
3.3.1	Influência da ordem do modelo na causalidade de Granger.....	48
3.3.2	Proposta para diminuir a incerteza da escolha da ordem do modelo na causalidade de Granger	51
3.3.3	Comentários	55
3.4	Aplicação em dados de uma plataforma de produção de óleo e gás	56
3.4.1	Aplicação do Método de Granger	58
3.4.2	Aplicação do método da análise de resíduos modificado.....	62
3.4.3	Comentários	64
4	Conclusões	66

Referências Bibliográficas	68
----------------------------------	----

1 Introdução

Descobrir a relação de causa e efeito entre variáveis ou eventos é um problema que tem desafiado filósofos e cientistas, devido à dificuldade de se confirmar se uma variável ou um evento realmente causa outro (PEARL, 2009). No âmbito filosófico, Aristóteles desenvolveu a primeira teoria formal de causalidade em seus trabalhos *Physics* e *Metaphysics*, porém a discussão moderna mais influente sobre o assunto veio em 1739 por David Hume. Hume afirma que a causalidade é baseada nas experiências passadas ou presentes que são usadas para inferir sobre uma conclusão acerca de casos gerais ou fazer previsões (HUME, 2000). A abordagem de Hume também é conhecida como inferência indutiva e pode ser diferenciada da inferência dedutiva pela validade dos seus argumentos. Nos argumentos dedutivos, se as suas premissas são verdadeiras, é impossível rejeitar a conclusão. Já nos argumentos indutivos, mesmo que as suas premissas sejam verdadeiras, é possível que a sua conclusão seja falsa. Através do argumento indutivo, Hume percebeu que mesmo que as premissas sejam verdadeiras, não se pode garantir que a conclusão também seja verdadeira. A partir desta ideia, pode-se perceber a necessidade da construção do pensamento racional ao empírico para se formular conclusões sobre relações de causa e efeito na ciência e também como o estudo empírico não mede necessariamente a causalidade entre eventos ou variáveis, mas sim a correlação.

A correlação é uma medida do grau da associação linear entre duas variáveis. Entretanto, a causalidade é a relação entre duas variáveis, por exemplo, x e y , podendo estabelecer a variável x como causa da variável y , que assim é efeito da variável x . É necessário saber diferenciar a correlação da causalidade, pois o fato de duas variáveis estarem correlacionadas não significa que existe, de fato, uma relação causal entre elas. Um exemplo de fácil assimilação do que se trata aqui pode ser dado com o fato de que, apesar de estar fortemente correlacionado, o cantar de um galo não causa o nascer do Sol (PEARL, 2009). A correlação não implica a causalidade, porém ela é uma medida indicadora de que a causalidade entre duas variáveis correlacionadas pode ser investigada.

Podem também ocorrer casos de variáveis que são fruto de uma causa comum e que podem ser erroneamente classificadas como possuidores de uma relação de causalidade, quando esta causa comum não é levada em conta na análise. Esta situação pode ser

exemplificada com um caso em que estudos relacionavam a diminuição dos riscos de doenças coronárias em mulheres que entravam na menopausa e faziam o uso da terapia de substituição hormonal. Assim, achava-se que a terapia de substituição hormonal diminuía o risco de se desenvolver doenças coronárias. Porém, um estudo feito posteriormente mostrou que a terapia de substituição hormonal e a incidência de doenças coronárias não possuíam uma relação de causa e efeito, mas que as mulheres que recebiam esta terapia, pertenciam a uma classe econômica com um poder aquisitivo mais elevado. Portanto, estas mulheres tinham mais cuidados com a saúde e era este cuidado maior que diminuía, de fato, o risco do desenvolvimento de doenças coronárias (LAWLOR, SMITH e EBRAHIM, 2004).

O conhecimento sobre as causas de determinadas variáveis nos permite intervir com sucesso, para prevenir ou então produzir resultados específicos. Por exemplo: o conhecimento sobre a causa do comportamento das variações dos preços das ações de um determinado banco é desejado para poder utilizar esta informação para possíveis negociações. O conhecimento sobre possíveis frases chaves que poderiam alterar a opinião pública de um candidato político, é útil para aperfeiçoar o seu discurso. O conhecimento sobre as relações entre genes que trabalham em conjunto em determinado processo que causa uma doença, é necessário para intervir e interrompê-lo (KLEINBERG, 2012).

Um exemplo de intervenção em processos industriais utilizando a causalidade como meio de detecção entre interações complexas de variáveis é mostrado em (YU e YANG, 2015). Neste trabalho, os autores utilizaram o método da entropia de transferência para detectar a relações de causalidade entre variáveis utilizando dados de alarmes binários, com o objetivo de facilitar a ação de tomada de decisão dos operadores em identificar falhas que se propagaram por algum motivo pelo processo industrial e em encontrar a sua causa raiz para agir sobre a fonte da anormalidade.

Atualmente, existe um grande esforço para detectar relações de causa e efeito entre variáveis de forma segura. Porém, o grande problema da aplicação da causalidade é de que quanto mais complexas forem as variáveis envolvidas no processo, mais difícil será determinar a relação de causalidade entre elas, sendo que a complexidade das variáveis está relacionada à presença de tendência nos dados, porém descobrir a fonte de oscilações em um processo industrial é uma tarefa mais fácil. Desta forma, vários métodos, utilização de estatísticas e procedimentos para tornar a análise de causalidade menos susceptível a detecções espúrias são encontrados na literatura. No contexto deste

trabalho, a complexidade das variáveis está relacionada à presença de tendência nos dados.

A principal motivação deste trabalho está fundamentada na importância de detectar relações de causalidade entre variáveis de forma a evitar detecções espúrias, pois o conhecimento sobre a topologia de um determinado processo nos permite descobrir a causa raiz de falhas ou oscilações que podem se propagar por ele. Portanto, serão investigados dois métodos paramétricos de detecção de causalidade propostos na literatura: o método de Granger (GRANGER, 1969) e o método de detecção de causalidade baseado na análise de resíduos (Causality Relationships via Residual Analysis - CRRA) (MARQUES, MUNARO e SHAH, 2014). Formas de melhorar as análises de detecção de causalidade entre as variáveis são propostas utilizando os dois métodos, com o objetivo de superar os problemas existentes quando se utiliza sinais e processos mais complexos e de aumentar a confiabilidade das análises de causalidade entre as variáveis estudadas, diminuindo os riscos de detecções espúrias.

1.1 Objetivos e estrutura da dissertação

Esta dissertação possui como objetivo principal mostrar a aplicação de métodos de causalidade de Granger e CRRA para descobrir relações de causa e efeito entre variáveis, assim como propor formas para diminuir detecções espúrias de causalidade utilizando os métodos.

Este trabalho é organizado como segue: No Capítulo 2 é feita uma revisão bibliográfica sobre os métodos de causalidade de Granger e CRRA, assim como condições para o pré-processamento de sinais, utilização de critérios baseados na teoria da informação para seleção da ordem dos modelos de predição e técnicas de validação de modelos. O Capítulo 3 apresenta a metodologia para os testes e comparações entre os métodos de inferência de causalidade aqui estudados. Neste mesmo capítulo são utilizados três exemplos para mostrar a aplicação dos métodos. As conclusões finais e sugestões para trabalhos futuros são apresentadas no Capítulo 4.

1.2 Artigos aceitos para publicação em congressos

Os resultados parciais deste trabalho foram aceitos nos seguintes congressos:

1. Efeito da Escolha da Ordem do Modelo Sobre a Causalidade de Granger, Vinicius B. Vasconcelos e Celso J. Munaro. Aceito para publicação em: XXI Congresso Brasileiro de Automática, Outubro 2016, Vitória, Espírito Santo.
2. Propostas de Melhorias Aplicadas ao Método de Detecção de Causalidade Baseada na Análise de Resíduos, Vinicius B. Vasconcelos e Celso J. Munaro. Aceito para publicação em :12th IEE/IAS International Conference on Industry Applications, Novembro 2016, Curitiba, Paraná.

2 Métodos de detecção de causalidade

Neste capítulo serão apresentados os métodos de detecção de causalidade utilizados neste trabalho, assim como conceitos e procedimentos que são necessários para o entendimento e a realização das análises aqui abordadas. A Seção 2.1 apresentará uma introdução sobre a causalidade abordando aplicações e métodos sobre o assunto. A Seção 2.2 apresentará alguns conceitos sobre modelagem matemática e identificação baseada em modelos ARX. Na Seção 2.3 será demonstrado o método de causalidade de Granger, assim como a estatística utilizada na inferência das relações causais, métodos de seleção da ordem de modelos e técnicas para validação dos modelos obtidos para análise de Granger. A Seção 2.4 apresentará o método de causalidade baseada na análise de resíduos, assim como uma proposta de melhoria que foi aplicada ao método. Condições para o pré-processamento dos dados referentes à aplicação de cada método de causalidade utilizado serão abordadas na Seção 2.5.

2.1 Introdução

Nos diversos campos das ciências, relações de causalidade são inferidas utilizando sinais temporais de interesses coletados de um determinado processo físico. Desta maneira, metodologias que possam inferir destes dados tais relações com certa propriedade têm sido criadas e discutidas. Em 1956, o matemático Wiener formulou intuitivamente a ideia de causalidade na predição de séries temporais (WIENER, 1956), que foi formalizada no campo de estudo da econometria, utilizando modelos de regressão linear pelo economista Granger (GRANGER, 1969). Segundo a causalidade de Granger, dadas duas variáveis x e y , se a inclusão de observações passadas de y ajuda a reduzir o erro de predição de x , então y causa x . Este método foi utilizado em uma aplicação no mercado financeiro para investigar a relação da taxa de crescimento do mercado de ações, com a taxa de crescimento da economia (COMINCIOLI, 1995) e também utilizado para determinar relação entre a chegada de turistas internacionais com o investimento estrangeiro direto na economia Turca (PHAM e TRAN, 2015).

Além das aplicações na econometria, a causalidade de Granger é utilizada em várias áreas da ciência, como na área das ciências sociais (RUSSO, 2009), neurociências (SETH, BARRETT e BARNETT, 2015) e no campo da engenharia de processos industriais (YANG, DUAN, *et al.*, 2014).

A causalidade de Granger parte do pressuposto de que o futuro não pode causar nem o presente e nem o passado. No caso das variáveis x e y , pode-se ter as seguintes situações:

- (1) x causa y ($x \rightarrow y$);
- (2) y causa x ($y \rightarrow x$);
- (3) Ocorre uma realimentação entre as duas variáveis ($x \leftrightarrow y$);
- (4) Não existe relação de causalidade em nenhum sentido.

Desta forma, o que interessa é saber se existe uma relação de causa e efeito estatisticamente significativa entre as variáveis x e y , que somente ocorre se existir uma relação de correlação e de precedência temporal entre elas (LEAMER, 1985).

Os conceitos básicos, o desenvolvimento matemático da causalidade par a par e condicional de Granger, assim como três exemplos numéricos para demonstrar a aplicação do método tradicional, são mostrados em (DING, CHEN e BRESSLER, 2006). Em (BARNETT e SETH, 2014) é proposta uma nova abordagem na inferência da causalidade de Granger baseada em múltiplas representações de modelos de vetores autoregressivo (VAR) por regressão de parâmetros, sequência de autocovariância e densidade espectral de energia. Enquanto o método original de Granger envolve a estimação de parâmetros tanto para o modelo completo quanto para o reduzido, a nova abordagem proposta evita a estimativa explícita do modelo reduzido, eliminando assim uma fonte de estimativa de erro e aumentando o poder estatístico do método.

Alguns procedimentos devem ser realizados antes de aplicar o método de Granger a um conjunto de variáveis de interesse. É necessário verificar se há a necessidade de realizar algum tipo de pré-processamento aos sinais, a ordem dos modelos deve ser escolhida baseada em algum critério de seleção, os modelos devem ser validados utilizando algumas técnicas, deve-se escolher o método estatístico para se inferir a causalidade e o método de correção para testes de múltiplas comparações realizados. As condições para o pré-processamento dos sinais temporais, a utilização de alguns critérios para escolha da ordem dos modelos, técnicas de validação, diferentes metodologias para inferência estatística da causalidade de Granger e correções para os testes de múltiplas comparações, utilizando os métodos de *Bonferroni* e *False Discovery Rate* (FDR) são apresentados em (SETH, 2010).

Além da causalidade de Granger, outros métodos para verificar relações entre variáveis têm sido desenvolvidos, como o método da entropia de transferência (SCHREIBER, 2000) e o método da análise de causalidade baseado na análise de resíduos (MARQUES, MUNARO e SHAH, 2014).

Diferentemente do método de Granger, que é baseado na predição, o método não paramétrico da entropia de transferência mede a transferência de informação entre duas variáveis e é baseada na incerteza, já que faz uso de funções de densidade de probabilidade condicionais. A entropia de transferência de y para x corresponde ao grau que y reduz a incerteza a respeito do futuro de x em relação ao grau com que x reduz a incerteza do seu próprio futuro. O método da entropia de transferência foi utilizado para descobrir a topologia das relações de causa e efeito entre as variáveis de um processo de uma planta química industrial, com o objetivo de encontrar direções de propagações de distúrbios (BAUER, COX, *et al.*, 2007).

O método CRRA foi criado com o objetivo de superar as deficiências que tanto o método de Granger quanto o método da entropia de transferência apresentam. Neste método, as relações de causalidade são determinadas analisando a correspondência do resíduo gerado pelo modelo de predição a um ruído branco e a ausência de correlação entre o resíduo e a variável utilizada como entrada do modelo identificado.

No caso da análise de interações entre variáveis de malhas de controle de processos industriais cujo objetivo seja, por exemplo, descobrir fontes de oscilações, é necessário que o método utilizado na inferência da causalidade forneça a topologia das relações de causa e efeito de forma mais consistente possível. Isto porque, caso o método não detecte uma relação de causalidade que exista entre as variáveis do processo, pode-se excluir a verdadeira fonte de uma oscilação ou distúrbio das análises. Por outro lado, caso detecte uma relação de causalidade entre duas variáveis que não existe na prática, pode incluir variáveis que podem ser erroneamente interpretadas como fontes destas perturbações.

Para evitar falsas conclusões a respeito da verdadeira topologia das relações de causa e efeito entre as variáveis de um processo quando se aplica um determinado método para detecção de causalidade, alguns cuidados devem ser levados em consideração, pois é possível aplicar, por exemplo, o método de Granger em um mesmo conjunto de dados e obter diferentes resultados. Um exemplo disto está na escolha da ordem de estimação do modelo ARX utilizado. Em (URBAIN, 1989) é mostrado como

a causalidade de Granger é sensível à escolha da ordem dos modelos utilizando diferentes critérios de seleção baseados na teoria da informação, aplicados a três séries temporais macroeconômicas da Bélgica. Uma investigação de como a utilização de uma ordem inadequada para o modelo pode gerar detecções espúrias de causalidade, tanto na utilização da causalidade de Granger condicional quanto no par a par, juntamente com uma proposta de utilização de técnicas de validação de modelos para diminuir a taxa destas falsas detecções foi feita em (TAM, CHANG e HUNG, 2012).

Uma comparação entre quatro formas de implementação de causalidade de Granger, variando a ordem dos modelos e o tamanho do vetor de dados e utilizando 7 métrica de desempenho é realizada em (SIYAL, FURQAN e MONIR, 2014). Neste trabalho, os autores fazem uso do método de Granger baseado no método dos mínimos quadrados (Granger condicional e Granger par a par) e também usando o método de regularização (Lasso e redes elásticas) para analisar qual método produziu melhores resultados na descoberta das relações causais entre variáveis produzidas sinteticamente.

Outro problema relacionado à aplicação de testes de causalidade está em relação à presença de tendência nos dados. Discussões sobre detecções de relações de causalidade espúrias no método de Granger quando a estatística F é utilizada juntamente com duas variáveis independentes, na qual uma ou ambas são não estacionárias (apresentam algum tipo de tendência), é feito em (HE e MAEKAWA, 2001) e em (COOK, 2008)

2.2 Modelagem matemática

Um modelo é a representação simplificada de um sistema real cujo propósito é identificar seus aspectos mais relevantes, sem se preocupar com todos os detalhes. Um sistema pode ser modelado utilizando a modelagem caixa preta. Esta modelagem, também conhecida como identificação, parte do princípio de que pouco ou nenhum conhecimento prévio sobre o processo é necessário, assim tendo apenas as entradas e as saídas disponíveis, é possível obter um modelo matemático do sistema em estudo (AGUIRRE, 2007).

Em relação ao método ou ao algoritmo utilizado na identificação, pode-se utilizar métodos estocásticos. Os métodos estocásticos levam em consideração os ruídos presentes nos dados, conseguindo diminuir o efeito destes no modelo obtido. Já em relação à forma do modelo identificado, a identificação de sistemas pode ser feita baseada em métodos paramétricos. Os métodos paramétricos obtêm modelos

representados por equações matemáticas e possuem diferentes formas de representação matemática dos modelos obtidos (AGUIRRE, 2007). Dentre estas formas de representação, pode-se destacar a representação por função de transferência, por espaço de estados e a representação em tempo discreto. Em relação a esta última representação, considere o seguinte modelo:

$$A(q)y(t) = B(q)u(t) + \varepsilon(t) \quad (2.1)$$

onde $y(t)$ e $u(t)$ são respectivamente a saída e a entrada do sistema, q é o operador atraso, no qual $q^{-1}y(t) = y(t-1)$, $\varepsilon(t)$ é o resíduo ruído branco e todas as variáveis são medidas no tempo t , onde $t = 1, 2, \dots, T$. $A(q)$ e $B(q)$ são polinômios arbitrários definidos por $A(q) = 1 - a_1q^{-1} - a_2q^{-2} - \dots - a_{n_y}q^{-n_y}$ e $B(q) = b_1q^{-1} + b_2q^{-2} + \dots + b_{n_u}q^{-n_u}$. Os parâmetros n_y e n_u referem-se à quantidade de parâmetros ou às ordens escolhidas, respectivamente, para os polinômios $A(q)$ e $B(q)$ e neste trabalho será considerado que $n_y = n_u = p$, para todos os casos analisados.

O modelo apresentado na Equação (2.1) é chamado de modelo auto-regressivo com entradas exógenas (ARX), onde a sigla AR se refere à parte autoregressiva do modelo dada por $A(q)y(t)$ e a sigla X se refere à entrada $B(q)u(t)$ que é chamada de variável exógena (LJUNG, 1999).

Existem 5 etapas principais que devem ser levadas em consideração em um problema que envolve a identificação de sistemas (AGUIRRE, 2007):

1. Testes dinâmicos e coletas de dados: Etapa responsável pela realização de testes dinâmicos no processo a fim de coletar dados que serão utilizados para a identificação. Na maioria das aplicações, os testes dinâmicos não são viáveis, estando disponíveis apenas os dados de operação normal do sistema. Em casos em que é possível a realização dos testes, é importante selecionar de forma adequada os sinais de entrada que serão utilizados na excitação do sistema.
2. Escolha da representação matemática do modelo a ser utilizada: Nesta etapa a representação escolhida pode ser paramétrica ou não paramétrica. Neste trabalho será considerada a representação paramétrica ARX para modelagem dos sistemas estudados
3. Escolha da estrutura do modelo: Um modelo matemático deve ter uma complexidade estrutural suficiente para reproduzir a dinâmica de um sistema. Neste trabalho, a estrutura do modelo será escolhida baseada em critérios de

seleção da ordem do modelo e também em testes estatísticos que se baseiam em encontrar a ordem em que os resíduos estimados do modelo ARX sejam ruído branco.

4. Estimação de parâmetros: Trata-se da escolha do algoritmo que será utilizado para estimar os parâmetros de um modelo. Alguns exemplos são o método dos mínimos quadrados e o método das variáveis instrumentais. Neste trabalho será utilizado o método dos mínimos quadrados para estimação dos parâmetros dos modelos.
5. Validação dos modelos obtidos: Nesta etapa verifica-se se o modelo obtido possui ou não as características de interesse do sistema original.

Neste trabalho serão utilizadas técnicas de identificação de sistemas utilizando modelos cuja representação será a ARX e estimação dos parâmetros utilizando o método dos mínimos quadrados, com o objetivo de verificar se o modelo identificado se ajustou adequadamente aos dados de entrada e saída utilizados e se existe uma relação de causa e efeito entre estes dados. É importante ressaltar que para a análise de causalidade não se sabe quem é entrada ou saída do modelo. Por este motivo, busca-se a relação de causalidade entre as variáveis testando todas como entrada e saída e verificando se as variáveis incluídas na obtenção dos modelos ajudam a prever a variável testada como saída. Os métodos de causalidade aqui utilizados serão explicados nas próximas seções.

2.3 Causalidade de Granger e inferência estatística

De acordo com a causalidade de Granger, se uma variável y ajuda a prever o futuro de outra variável x , então se diz que y causa x ($y \rightarrow x$). Isto significa dizer que a inclusão de observações passadas de y ajuda a diminuir o erro de previsão do modelo de x , quando comparada ao erro de previsão do modelo que possui apenas observações passadas de x (GRANGER, 1969).

2.3.1 Causalidade Bivariável de Granger

Considere duas variáveis x_1 e x_2 com medidas que constituem duas séries temporais $x_1(t)$ e $x_2(t)$, onde $t = 1, 2, \dots, T$. Este sistema bivariável admite um modelo vetor autoregressivo (VAR) que inclui todas as variáveis, sendo assim chamado de modelo irrestrito:

$$x_1(t) = \sum_{l=1}^p A_{11,l}x_1(t-l) + \sum_{l=1}^p A_{12,l}x_2(t-l) + \varepsilon_1(t) \quad (2.2)$$

$$x_2(t) = \sum_{l=1}^p A_{21,l}x_1(t-l) + \sum_{l=1}^p A_{22,l}x_2(t-l) + \varepsilon_2(t)$$

Neste modelo, p é a ordem e representa a quantidade de atrasos utilizados, $A_{i,j}$ são os coeficientes do modelo e os erros de predição das duas séries temporais são representados por $\varepsilon_1(t)$ e $\varepsilon_2(t)$. Existe um total de $m = T - p$ pares de equações que podem ser escritas na notação matricial como:

$$Y = XB + E \quad (2.3)$$

sendo:

$$Y_{(m \times 2)} = \begin{bmatrix} x_{1,p+1} & x_{2,p+1} \\ x_{1,p+2} & x_{2,p+2} \\ \vdots & \vdots \\ x_{1,T} & x_{2,T} \end{bmatrix}; X_{(m \times 2p)} = \begin{bmatrix} x_{1,p} & x_{2,p} & \dots & x_{1,1} & x_{2,1} \\ x_{1,p+1} & x_{2,p+1} & \dots & x_{1,2} & x_{2,2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ x_{1,T-1} & x_{2,T-1} & \dots & x_{1,T-p} & x_{2,T-1} \end{bmatrix}$$

$$B_{(2p \times 2)} = \begin{bmatrix} A'_1 \\ A'_2 \\ \vdots \\ A'_p \end{bmatrix}; E_{(m \times 2)} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,p+1} & \varepsilon_{2,p+1} \\ \varepsilon_{1,p+2} & \varepsilon_{2,p+2} \\ \vdots & \vdots \\ \varepsilon_{1,T} & \varepsilon_{2,T} \end{bmatrix}$$

Se o produto matricial $X'X$ for invertível, os coeficientes da matriz B podem ser estimados utilizando o método dos mínimos quadrados:

$$\hat{B} = (X'X)^{-1}X'Y \quad (2.4)$$

Desta forma, a soma quadrática dos resíduos do modelo irrestrito de x_1 é calculada por:

$$RSS_1 = (y - X\hat{\beta})'(y - X\hat{\beta}) \quad (2.5)$$

onde y e $\hat{\beta}$ são os vetores da primeira coluna das matrizes Y e \hat{B} , respectivamente. Para medir a influência da variável x_2 na x_1 , será aplicada a definição da causalidade de Granger, ou seja, um modelo VAR de x_1 sem incluir valores passados de x_2 é obtido para verificar se a exclusão da variável x_2 aumentará o erro de predição de x_1 . Este modelo é chamado de modelo restrito por possuir apenas valores passados de x_1 :

$$x_1(t) = \sum_{l=1}^p A_{11,l}x_1(t-l) + \varepsilon_{12}(t) \quad (2.6)$$

Desta forma, a causalidade de Granger pode ser calculada utilizando a expressão:

$$F_{x_2 \rightarrow x_1} = \frac{\text{var}(\varepsilon_{12}(t))}{\text{var}(\varepsilon_1(t))} \quad (2.7)$$

onde $\text{var}(\varepsilon_{12}(t))$ é a variância do resíduo do modelo restrito obtido excluindo os coeficientes $A_{12,l}$ da expressão (2.2). Após o cálculo da magnitude da causalidade de Granger, é importante verificar se esta magnitude calculada é estatisticamente diferente de zero. Para isto, a soma quadrada dos resíduos do modelo restrito (RSS_{21}) pode ser calculada usando (2.5) e a inferência de causalidade de $x_2 \rightarrow x_1$ pode ser calculada utilizando a estatística F (HAMILTON, 1994) e (HASTIE, TIBSHIRANI e FRIEDMAN, 2009):

$$f_{x_2 \rightarrow x_1} = \frac{\frac{(RSS_{21} - RSS_1)}{p}}{\frac{RSS_1}{(m - np)}} \quad (2.8)$$

onde n é a quantidade de variáveis utilizadas. Esta estatística é utilizada para verificar se o aumento do erro de predição de x_1 quando a variável x_2 foi retirada do modelo, foi estatisticamente significativa. Para isto, esta estatística é desenvolvida sob a hipótese nula de que não existe causalidade na direção testada, no caso, na direção $x_2 \rightarrow x_1$. A hipótese nula segue a distribuição $F^\alpha(p, m - np)$, sendo p o grau de liberdade do numerador e $m - np$ o grau de liberdade do denominador e α é o nível de significância utilizado no teste. Desta forma, o p-valor correspondente pode ser calculado. Caso $f_{x_2 \rightarrow x_1} > F^\alpha$ ou o p-valor seja menor que o nível de significância α utilizado no teste, rejeita-se a hipótese nula de que x_2 não causa x_1 (BUENO, 2011) e (TAM, CHANG e HUNG, 2012)

2.3.2 Causalidade Condicional de Granger

Quando se possui um número de variáveis maior do que 2 ($n > 2$), a análise bivariada de Granger pode ser estendida ao caso multivariável (SETH, 2010) e (TAM, CHANG e HUNG, 2012). Suponha, por exemplo, que se tenham três variáveis x_1 , x_2 e x_3 e deseja-se saber se a variável x_3 causa a variável x_1 . Assim se a exclusão da variável x_3 aumentar significativamente o erro de previsão do modelo tendo a variável x_1 como saída, quando comparado com o erro de predição do modelo de x_1 incluindo todas as variáveis, então se pode dizer que $x_3 \rightarrow x_1$.

Para demonstrar a formulação matemática desta análise, considere n variáveis. Será usado um vetor y_t de dimensão $(n \times 1)$ para representar os valores observados de todas as variáveis no instante de tempo t . Desta forma, o vetor autoregressivo de ordem p pode ser expresso por:

$$y_t = \sum_{l=1}^p A_l x_{t-l} + \varepsilon_t \quad (2.9)$$

onde $t = p + 1, \dots, T$, A_l é a matriz de coeficientes de dimensão $(n \times n)$ de parâmetros do modelo VAR e ε_t é um vetor de erros de dimensão $(n \times 1)$ contendo os resíduos dos modelos. O total de $m = T - p$ equações podem ser representados na forma matricial da mesma forma que a Equação (2.3):

$$Y = XB + E \quad (2.10)$$

onde:

$$Y_{(m \times n)} = \begin{bmatrix} y'_{p+1} \\ y'_{p+2} \\ \vdots \\ y'_T \end{bmatrix}; X_{(m \times np)} = \begin{bmatrix} y'_p & y'_{p-1} & \dots & y'_1 \\ y'_{p+1} & y'_p & \dots & y'_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y'_{T-1} & y'_{T-2} & \dots & y'_{T-p} \end{bmatrix};$$

$$B_{(np \times n)} = \begin{bmatrix} A'_1 \\ A'_2 \\ \vdots \\ A'_p \end{bmatrix}; E_{(m \times n)} = \begin{bmatrix} \varepsilon'_{p+1} \\ \varepsilon'_{p+2} \\ \vdots \\ \varepsilon'_T \end{bmatrix}$$

A condição $m \geq np$ é necessária para evitar a singularidade do produto matricial $X'X$, de modo que os coeficientes da matriz B podem ser estimados utilizando o método dos mínimos quadrados:

$$\hat{B} = (X'X)^{-1}X'Y \quad (2.11)$$

Caso deseja-se detectar a relação de causalidade da variável x_3 na variável x_1 , primeiramente estima-se a soma quadrada dos resíduos tendo a variável x_1 como saída e todas as outras como entrada (modelo irrestrito):

$$RSS_1 = (y - X\hat{\beta})(y - X\hat{\beta})' \quad (2.12)$$

onde y e $\hat{\beta}$ correspondem respectivamente à i_{th} coluna de Y e \hat{B} . Em seguida, estima-se a soma quadrática dos resíduos do modelo restrito da mesma forma usando a Equação

(2.12), tendo a variável x_1 como saída e excluindo apenas a variável x_3 como entrada (RSS_{31}). Então, aplica-se a estatística de teste F com distribuição $F^\alpha(p, m - np)$ sob a hipótese nula de que a variável x_3 não causa a variável x_1 :

$$f_{x_3 \rightarrow x_1} = \frac{\frac{(RSS_{31} - RSS_1)}{p}}{\frac{RSS_1}{(m - np)}} \quad (2.13)$$

A hipótese nula será rejeitada caso $f_{x_3 \rightarrow x_1} > F^\alpha$ ou o p-valor calculado seja menor que o nível de significância α utilizado no teste, desta forma, diz-se que $x_3 \rightarrow x_1$. Para aplicar a análise condicional de Granger, o pré-requisito de que $m \geq np$ deve ser atendido. Sabendo que $m = T - p$, tem-se que a condição para aplicar a análise condicional de Granger é:

$$T \geq p(n + 1) \quad (2.14)$$

No caso da causalidade condicional, a magnitude da causalidade de Granger pode ser calculada da mesma forma explicada para o caso bivariável: para verificar a relação na direção $x_3 \rightarrow x_1$ estima-se o modelo irrestrito tendo a variável x_1 como saída, retira-se a variável x_3 para estimar o modelo irrestrito e aplica-se a relação usando a expressão (2.7).

2.3.3 Testes de múltiplas comparações e a causalidade de Granger

Considere que se deseja inferir a causalidade entre variáveis considerando os seguintes casos:

1. Deseja-se inferir a causalidade entre duas variáveis x e y
2. Deseja-se inferir a causalidade entre três variáveis x , y e z

As tabelas abaixo mostram as matrizes de causalidade considerando todos os testes estatísticos que devem ser realizados:

Tabela 2.1. Quantidade de testes estatísticos na matriz de causalidade do primeiro caso proposto

Variável	x	y
x	-	Teste 1
y	Teste 2	-

Tabela 2.2. Quantidade de testes estatísticos na matriz de causalidade do segundo caso proposto

Variável	x	y	z
x	-	Teste 1	Teste 2
y	Teste 3	-	Teste 4
z	Teste 5	Teste 6	-

A interpretação de todas as matrizes de causalidade apresentadas neste trabalho será dada de forma que as colunas causam as linhas. Por exemplo: o teste 1 da Tabela 2.1 infere a significância estatística da causalidade na direção $y \rightarrow x$. Quando se possui duas variáveis como mostrado no primeiro caso, deve ser realizado um total de dois testes estatísticos independentes para inferir a causalidade em todas as direções. Já quando se possui um total de três variáveis, como no segundo caso, deve ser realizado um total de seis testes estatísticos independentes para inferir a causalidade em todas as direções. Desta forma, a inferência da causalidade de Granger possui um total de $M = n(n - 1)$ testes de hipóteses independentes a serem considerados.

Quando se realiza múltiplos testes estatísticos independentes, é necessário utilizar algum tipo de correção para o teste de múltiplas comparações, pois a medida que se aumenta o número de hipóteses a serem testadas, aumenta-se a probabilidade de se cometer um erro do tipo I, que é caracterizado pela rejeição da hipótese nula quando ela é verdadeira (falsos positivos), através da equação (HASTIE, TIBSHIRANI e FRIEDMAN, 2009, p. 686)

$$P(\text{pelo menos 1 falso positivo}) = 1 - (1 - \alpha)^M \quad (2.15)$$

A correção de *Bonferroni* é utilizada quando não se possui um número muito grande de testes de hipóteses independentes a serem realizados. É obtida encontrando o valor crítico do teste (α_c), que é a razão do nível de significância nominal (α) pela quantidade total de testes (M). Portanto, o valor crítico para cada teste individual será α/M (MCDONALD, 2014). Assim, apenas serão consideradas significantes causalidades na qual o p-valor seja inferior ou igual a α_c ou $f > F^{\alpha_c}$ para a direção testada.

2.3.4 Métodos de seleção da ordem de modelos baseados na teoria da informação para a análise de Granger

Para fazer a estimação de um modelo utilizando a estrutura ARX na análise de Granger, é necessário fornecer a ordem do modelo. Uma das maneiras de se escolher a ordem é utilizando os critérios de informação, que minimizam uma função baseada nos resíduos que é penalizada pela quantidade de regressores utilizados, buscando, desta forma, o modelo mais parcimonioso. Busca-se assim, o modelo que envolva o mínimo de parâmetros possíveis a serem estimados e que explique bem o comportamento da variável em estudo (pequeno erro) (BUENO, 2011).

Neste trabalho serão utilizados os seguintes critérios: Akaike Information Criterion (AIC), Bayesian Information Criterion (BIC) e Hannan-Quinn (HQ), dados por (LÜTKEPOHL, 2005):

$$AIC_{(p)} = \ln |\Sigma| + \frac{2pn^2}{T} \quad (2.16)$$

$$BIC_{(p)} = \ln |\Sigma| + \frac{\ln(T) pn^2}{T} \quad (2.17)$$

$$HQ_{(p)} = \ln |\Sigma| + \frac{2 \ln(\ln(T)) pn^2}{T} \quad (2.18)$$

Nestas equações, $\ln |\Sigma|$ é o logaritmo neperiano do determinante da matriz de covariância dos resíduos dos modelos irrestritos e mede a adequação do modelo. O aumento do número de parâmetros utilizados aumenta o número de graus de liberdade, gerando uma menor variabilidade do erro de previsão, ou seja, permite um ajuste de dados mais exato. A diminuição da variabilidade do erro com o aumento do número de parâmetros é balanceada por uma penalidade imposta pelo critério de informação. Assim, as primeiras parcelas das Equações (2.16)-(2.18) quantificam a diminuição da variância dos resíduos, enquanto que as segundas parcelas penalizam a inclusão de cada termo. Se a penalidade for menor que a diminuição da variabilidade dos resíduos, o regressor deve ser incorporado ao modelo. Caso contrário, o regressor trará mais custos do que benefícios e deve ser excluído do modelo, permitindo a seleção da ordem que minimiza o critério utilizado.

A penalidade imposta em cada método é a que os diferencia, portanto, tem-se a seguinte relação entre a utilização destes critérios mencionados e a estimação da ordem do modelo quando $T \geq 16$ (LÜTKEPOHL, 2005):

$$\hat{p}_{BIC} \leq \hat{p}_{HQ} \leq \hat{p}_{AIC} \quad (2.19)$$

onde \hat{p} é a ordem estimada pelos critérios. O critério de Akaike tende a escolher uma ordem superestimada para o modelo quando comparado aos critérios Bayesiano e o de Hannan-Quinn.

A ordem escolhida para o modelo possui uma influência na inferência estatística da distribuição f quando se observa a expressão (2.13). O aumento da ordem do modelo faz aumentar o grau de liberdade do numerador e diminui o grau de liberdade do denominador, para um dado tamanho de vetor de dados T . A equação (2.13) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$f_{x_2 \rightarrow x_1} = \frac{RSS_{21} - RSS_1}{RSS_1} \cdot \frac{m - np}{p} = f_1 \cdot f_2 \quad (2.20)$$

O termo f_1 depende dos resíduos, que tendem a diminuir com a ordem. O termo f_2 depende da ordem e também diminui quando ela aumenta. Portanto, o produto $f_1 f_2$ tende a diminuir com o aumento da ordem dos modelos.

2.3.5 Técnicas de validação de modelos aplicadas à análise de Granger

Após o processo de identificação, é necessário verificar se o modelo estimado é bom o suficiente para inferir as relações de causalidade entre as variáveis. Para o uso na causalidade de Granger, o modelo deve capturar adequadamente a estrutura de correlação dos dados para que a inferência da causalidade seja válida. Neste trabalho serão utilizados dois métodos para a validação dos modelos: será verificado se os resíduos gerados são ruído branco através do teste estatístico de *Durbin-Watson* e será verificada a consistência do modelo (SETH, 2010).

Caso os resíduos não sejam ruído branco, ainda há informações que não foram capturadas pelo modelo que pode ser assim melhorado. Desta forma, o teste estatístico de *Durbin-Watson* testa se os resíduos de um modelo VAR são correlacionados através do cálculo da estatística de teste (d) (DURBIN e WATSON, 1950):

$$d = \frac{\sum_{t=2}^T (\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1})^2}{\sum_{t=2}^T \varepsilon_t^2} \quad (2.21)$$

Caso $d < 1$ existe a preocupação dos resíduos estarem correlacionados (SETH, 2010).

Outro teste de validação aqui empregado será o de consistência do modelo, conforme proposto por (DING, BRESSLER, *et al.*, 2000):

$$C = \left(1 - \frac{|R_s - R_r|}{|R_r|}\right) \cdot 100 \quad (2.22)$$

Na Equação (2.22), R_s é o vetor de correlação dos dados reais e R_r é o vetor de correlação dos dados gerados pelo modelo VAR. Tanto R_s quanto R_r são vetores linha de comprimento n^2 obtidos através da remodelagem das respectivas matrizes de covariância. A consistência mede o quanto a estrutura da correlação dos dados foi capturada pelo modelo VAR ajustado. Caso o valor da consistência seja inferior a 80%, o modelo obtido pode não ser confiável, sendo considerado de qualidade pobre para a indicação da causalidade (SETH, 2010).

2.4 Causalidade baseada na análise de resíduos

O método de detecção de causalidade baseado na análise de resíduos foi criado para superar algumas deficiências observadas no método de Granger. A inclusão de todas as variáveis como entrada na análise de Granger multivariável pode gerar modelos inapropriados, cujos resíduos não consigam evidenciar a existência de relações de causalidade mesmo que elas existam (MARQUES, MUNARO e SHAH, 2014). A inferência da causalidade de Granger também é dependente da escolha de uma estrutura correta para os seus modelos ARX. Assim, o método CRRA utiliza a condição de que o resíduo se torna ruído branco quando se usa a ordem adequada para o modelo, para inferir a existência de relações de causalidade entre as variáveis testadas.

Para a aplicação do método, dada a expressão (2.1), os passos apresentados na Seção 2.2 devem ser utilizados para a determinação da estrutura do modelo ARX e as relações entre o sinal de entrada e saída utilizada. É importante mencionar que o método utiliza a análise bivariável, ou seja, são estimados modelos utilizando combinações entre as variáveis tomadas duas a duas. Após a estimação dos modelos é esperado que os resíduos gerados sejam ruído branco. Caso isto não aconteça, ainda há informações não captadas pelo modelo, e eles podem ser eventualmente melhorados, além de poder reproduzir novos conjuntos de dados. Para analisar estes requisitos, algumas funções estatísticas básicas podem ser usadas, como a autocorrelação amostral do resíduo e a correlação cruzada amostral entre o resíduo e a entrada (LJUNG, 1999):

$$R_\varepsilon(\tau) = \left(\frac{1}{T\sigma_\varepsilon^2}\right) \sum_{t=1}^T \varepsilon(t)\varepsilon(t-\tau) \quad (2.23)$$

$$R_{\varepsilon u}(\tau) = \left(\frac{1}{T\sigma_{\varepsilon}\sigma_u} \right) \sum_{t=1}^T \varepsilon(t)u(t-\tau) \quad (2.24)$$

Nestas equações, $R_{\varepsilon}(\tau)$ é a autocorrelação amostral do resíduo, $R_{\varepsilon u}(\tau)$ é a correlação cruzada amostral entre o resíduo e a entrada, σ_{ε} é o desvio padrão do resíduo e σ_u é o desvio padrão da entrada. Se $R_{\varepsilon}(\tau)$, definida pela expressão (2.23), não for pequena para um atraso de tempo τ diferente de zero, então parte do resíduo poderia ser previsto a partir de dados passados. Se $R_{\varepsilon u}(\tau)$, definida por (2.24), não é pequena, então o efeito da entrada sobre a saída não foi adequadamente capturado. Neste método, as expressões mostradas em (2.23) e (2.24) são utilizadas para inferir relações de causalidade entre as variáveis em estudo, de acordo com dois testes:

Teste 1: $\varepsilon(t)$ será considerado um ruído branco, para algum $p \leq T$, se

$$\zeta_{p,M_{\tau}} \leq \chi_{\alpha}^2(M_{\tau}) \quad (2.25)$$

onde $\zeta_{p,M_{\tau}} = \frac{T}{(R_{\varepsilon}^p(0))^2} \sum_{\tau=1}^{M_{\tau}} (R_{\varepsilon}^p(\tau))^2$ e M_{τ} é o número de atrasos utilizados. A validação do teste apresentado na expressão (2.25) confirma que o resíduo é ruído branco.

Teste 2: A independência entre $\varepsilon(t)$ e $u(t-\tau)$ é dada por:

$$|R_{\varepsilon u}^p(\tau)| \leq \sqrt{\frac{P_1}{T}} \cdot N_{\alpha} \quad (2.26)$$

onde $P_1 = \sum_{k=-\infty}^{k=\infty} R_{\varepsilon}(k)R_u(k)$ e N_{α} é o nível de confiança (α) da distribuição normal padrão. Na abordagem do método, o teste mostrado na expressão (2.26) somente é aplicado para atrasos negativos e não passará se existir uma saída $y(t)$ que se origina a partir de uma entrada $u(t+\tau)$, ou seja, caso exista uma realimentação de $y(t)$ para $u(t)$ (MARQUES, MUNARO e SHAH, 2014). Os testes mostrados em (2.25) e (2.26) são apenas para verificar se $R_{\varepsilon}(\tau)$ e $R_{\varepsilon u}(\tau)$ são estatisticamente significantes ou não, considerando um pequeno número de atrasos e um determinado nível de confiança. Neste trabalho será considerado $\tau = 25$ para todos os exemplos numéricos.

2.4.1 Fluxograma e funcionamento do método

A Figura 2.1 apresenta o fluxograma do método CRRA.

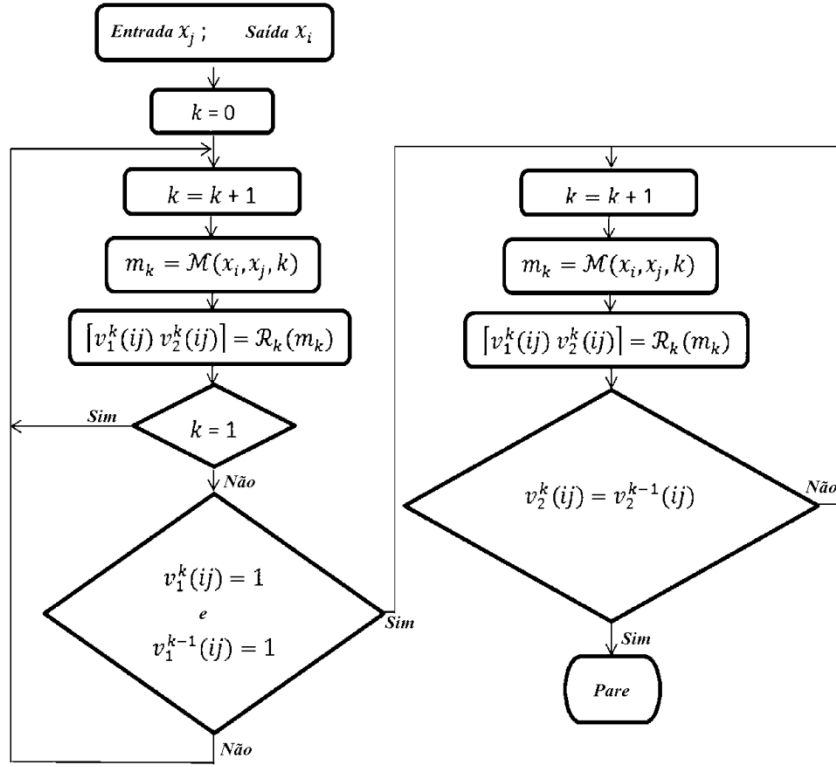


Figura 2.1. Fluxograma do método CRRA

Para entender o funcionamento do método, suponha duas variáveis x_i e x_j cuja relação de causalidade deve ser determinada. O procedimento para a análise inicia-se ajustando um modelo ARX $m_{p_{ij}}(ij)$ de ordem p_{ij} , considerando x_j como entrada e x_i como saída, de acordo com:

$$m_{p_{ij}} = \mathcal{M}(x_i, x_j, p_{ij}) \quad (2.27)$$

A expressão que estima o modelo ARX tendo x_i como saída e x_j como entrada é dada por $\mathcal{M}(\cdot)$. Desta forma, a ordem do modelo é aumentada com incrementos unitários e o resultado do teste do ruído branco utilizando (2.25) é atribuído à variável $v_1^{p_{ij}}$ como mostrado a seguir:

$$v_1^{p_{ij}}(ij) = \begin{cases} 1 & \text{se } \zeta_{p, M_\tau} \leq \chi_\alpha^2(M_\tau) \\ 0 & \text{se } \zeta_{p, M_\tau} > \chi_\alpha^2(M_\tau) \end{cases} \quad (2.28)$$

Após o resíduo se tornar ruído branco, o teste da independência entre resíduo e entrada mostrado em (2.26) é aplicado, e o seu resultado é atribuído à variável $v_2^{p_{ij}}(ij)$:

$$v_2^{p_{ij}}(ij) = \begin{cases} 1 & \text{se } |R_{\varepsilon u}^{p_{ij}}(\tau)| \leq IC_{ij}^{p_{ij}}, \forall \tau < 0 \\ -1 & \text{se } |R_{\varepsilon u}^{p_{ij}}(\tau)| > IC_{ij}^{p_{ij}}, \forall \tau < 0 \end{cases} \quad (2.29)$$

onde $IC_{ij}^{p_{ij}} = \sqrt{\frac{P_1}{T}} N_\alpha$. O mesmo procedimento é realizado para a outra direção considerando agora x_i como entrada e x_j como saída. No método originalmente proposto, v_1^p e v_2^p são calculados para dois valores consecutivos da ordem p , com o objetivo de evitar falsos resultados.

Após a obtenção destas medidas, as relações de causalidade entre as variáveis podem ser inferidas de acordo como mostrado na Tabela 2.3.

Tabela 2.3. Relações lógicas de causalidade do método CRRA

Direção	$v_2^{p_{ij}}(ij)$	$v_2^{p_{ji}}(ji)$
$x_j \rightarrow x_i$	1	-1
$x_i \rightarrow x_j$	-1	1
$x_j \leftrightarrow x_i$	-1	-1
Sem causalidade	1	1

O teste dado pela expressão (2.26) será igual a -1 se existe uma saída $y(t)$ que se origina a partir de uma entrada $u(t + \tau)$. Então, se x_j causa x_i , um modelo $m_{p_{ij}}(ij)$ cujos resíduos são ruído branco para uma determinada ordem p_{ij} ($v_1^{ij}(ij) = 1$) é ajustado e tendo x_i dependendo apenas de valores passados de x_j , o resultado do teste mostrado em (2.26) será estatisticamente igual a zero, fornecendo $v_2^{p_{ij}} = 1$. Obtendo o modelo $m_{p_{ji}}(ji)$ cujos resíduos são ruído branco para uma determinada ordem de estimação p_{ji} , o resultado do teste mostrado em (2.26) será estatisticamente diferente de zero, desde que $x_j(t)$ é originado de $x_i(t + \tau)$, resultando portanto em $v_2^{p_{ji}}(ji) = -1$. Portanto, existe uma relação de causalidade na direção $x_j \rightarrow x_i$, o que explica na lógica apresentada na primeira linha da Tabela 2.3. A mesma análise se aplica às linhas 2 e 3 na mesma tabela. No caso da quarta linha, que mostra a ausência de relações de causalidade em ambas as direções, o teste de independência entre o resíduo e a entrada será estatisticamente igual a zero, resultando em $v_2^{p(\cdot)}(\cdot) = 1$ para ambas as direções, mostrando portanto que nenhuma variável testada se origina de valores futuros da outra.

O método CRRA não distingue as relações de causalidade diretas das indiretas, assim é utilizado o critério de Akaike para indicar a forma de conexão quando o método indica que mais de uma variável pode causar outra variável. A análise do tipo de relação de causalidade detectada se dá pela comparação da qualidade do modelo pelo critério de Akaike considerando todas as possíveis variáveis causas em relação à variável efeito,

com os modelos que consideram individualmente cada variável causa em relação à variável efeito. Logo, se a qualidade do modelo considerando todas as possíveis variáveis causas em relação à variável efeito não piora quando se retira uma destas variáveis utilizadas como entrada, significa que a variável retirada não é causa direta da variável efeito. Caso contrário, se o melhor modelo é obtido considerando todas as entradas conjuntamente, então todas as entradas são causas diretas da variável efeito. Mais informações sobre o método podem ser encontradas em (MARQUES, 2015).

2.4.2 Análise e propostas de melhorias no método

Assim como na causalidade de Granger, a inferência da causalidade utilizando o método CRRA também possui um total de $M = n(n - 1)$ testes de hipóteses independentes a serem considerados. Desta maneira, também é necessário utilizar algum tipo de correção para os testes de múltiplas comparações utilizados no método.

Para as propostas de melhorias aplicadas ao método CRRA, alguns pontos foram observados. No método original, v_1^p e v_2^p são calculados para dois valores consecutivos da ordem p , com o objetivo de evitar falsos resultados. São realizados $M = n(n - 1)$ testes independentes para verificar a independência entre $\varepsilon(t)$ e $u(t - \tau)$ e não é levado em consideração nenhuma correção para testes de múltiplas comparações.

Tendo estas observações como motivação, algumas melhorias foram implementadas com o objetivo de evitar detecções espúrias de causalidade:

1. Implementação da correção de *Bonferroni* para o teste de múltiplas comparações aplicado ao teste estatístico de independência entre o resíduo e a entrada.
2. Substituição dos testes consecutivos (v_1^p e v_2^p) pela análise de pertinência ao intervalo de confiança utilizado.

É importante ressaltar que a correção de *Bonferroni* não foi considerada para o teste da autocorrelação dos resíduos, por se tratar de um teste secundário do método.

2.5 Condições e pré-processamento dos dados para utilização dos métodos de análise de causalidade

Após a coleta dos dados que serão utilizados na inferência da causalidade, é necessário que eles atendam a requisitos básicos para que os métodos aqui estudados possam ser aplicados. Na análise de Granger, a condição de estacionariedade fraca,

também conhecida por covariância estacionária, deve ser atendida para que os parâmetros do modelo sejam identificados corretamente. Uma série temporal possui a covariância estacionária se a sua média e variância não são afetadas pelo tempo, desta forma, esta série não possui raiz unitária (SETH, 2010).

A estimação de modelos pelo método dos mínimos quadrados para estimar relações com variáveis que possuem raízes unitárias conduz a inferências errôneas dos parâmetros, também conhecida por regressão espúria. O problema de regressão espúria se dá quando a média e a variância do processo sob estudo variam com o tempo. Assim a estatística computada no modelo de regressão não converge para o seu valor verdadeiro e os testes de significância convencionais apontam relações entre variáveis que de fato não existem (GRANGER e NEWBOLD, 1974).

Existem algumas maneiras de se verificar se uma série temporal possui a covariância estacionária. Entre estas maneiras, pode-se verificar o decaimento de sua função de autocorrelação ou então aplicar o teste estatístico de Dickey-Fuller aumentado para examinar a existência de raízes unitárias. O correlograma de uma série com covariância estacionária possui um decaimento rápido, enquanto o de uma série não estacionária possui um decaimento lento gradual. Embora a utilização desta propriedade do correlograma seja uma das maneiras de se detectar uma possível raiz unitária em uma série temporal, ela é uma maneira muito imprecisa visto que séries temporais que possuem raízes muito próximas da unidade possuem um correlograma com um tipo de decaimento lento, indicando visualmente que esta série possui uma raiz unitária, quando na verdade ela não possui (ENDERS, 2009). Portanto, neste trabalho será avaliado apenas o teste estatístico de Dickey-Fuller aumentado para verificar a presença de raiz unitária em uma série temporal (SAID e DICKEY, 1984).

A hipótese nula do teste de Dickey-Fuller aumentado testa a hipótese de que o processo possui uma raiz unitária, enquanto a hipótese alternativa testa a hipótese de que o processo não possui uma raiz unitária. Se o teste falhar em rejeitar a hipótese nula, há a indicação de que o processo é não estacionário e alguns procedimentos de pré-processamento de sinais serão aplicados para torná-los estacionários. Para a realização do teste de Dickey-Fuller aumentado será utilizada a função *adftest* do *Matlab*.

As referências (LJUNG, 1999) e (DING, BRESSLER, *et al.*, 2000) apresentam algumas maneiras de lidar com tendências nos dados a fim de torná-los estacionários. Entre as formas mais simples de eliminar tendências determinísticas nos dados, estão a

subtração da média temporal do sinal e a sua normalização dividindo-o pelo seu desvio padrão amostral utilizando:

$$\bar{s} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T s(t) \quad (2.30)$$

$$s^- = s - \bar{s} \quad (2.31)$$

$$\sigma_s = \frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T (s_t - \bar{s})^2 \quad (2.32)$$

$$s_n^- = \frac{s^-}{\sigma_s} \quad (2.33)$$

onde \bar{s} é a média temporal do sinal s , s^- corresponde ao sinal original s com a sua média removida, σ_s é o desvio padrão temporal do sinal s e s_n^- correspondem ao sinal s normalizado e com a sua média removida. Para remoção das raízes unitárias da série temporal, pode-se utilizar a técnica da diferenciação:

$$s_d(t) = s(t) - s(t-1) \quad (2.34)$$

onde s_d é o sinal diferenciado após a aplicação de sucessivas diferenças aos dados. Se uma série temporal deve ser diferenciada d vezes para torná-la estacionária, esta série é denotada como $I(d)$. Se não há necessidade de diferenciação, a série temporal será integrada de ordem zero (GUJARATI e PORTER, 2011).

A aplicação da diferenciação para tratamento dos dados deve ser feita com cautela, pois a aplicação desta técnica mais de uma vez pode ocasionar perdas de informações e esconder as relações entre as variáveis envolvidas (SETH, 2010) e (GARCIA e MUNARO, 2014).

O método CRRA inicialmente proposto utiliza um conceito introduzido por Ljung (LJUNG, 1999) para avaliação da condição de estacionariedade dos dados, este conceito é chamado de quase-estacionariedade. Um sinal é dito quase estacionário se a sua média e variância possuírem valores limitados, não necessitando, portanto, convergir para valores constantes, como mostram as expressões:

$$E[s(t)] \leq C_1, \forall t \in \mathbb{N} \quad (2.35)$$

$$R_s(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T E[s(t)s(t-\tau)] \leq C_2, \forall \tau \in \mathbb{N} \quad (2.36)$$

onde R_s é a função de covariância do sinal s e C_1 e C_2 são constantes limitadas (LJUNG, 1999). Caso os sinais não sejam quase-estacionários, os mesmos procedimentos comentados acima devem ser aplicados a eles para que a condição de quase-estacionariedade seja satisfeita. Como o método CRRA utiliza modelos ARX para estimação e como as expressões (2.35) e (2.36) não representam um teste estatístico, mas sim expressões que se avaliam o resultado visualmente, neste trabalho serão considerados que os sinais também devem ter a covariância estacionária, assim como no método de Granger. Portanto, a condição de quase-estacionariedade não será utilizada.

Além das condições do sinal ter covariância estacionária para a aplicação dos métodos, existe também a condição de que o sinal de entrada deve ser persistentemente excitante. A condição de persistência de excitação quantifica se o sinal é ativo em regime permanente, podendo, desta forma, ser utilizado para a identificação de sistemas. Quando se utiliza o método dos mínimos quadrados para se estimar parâmetros de um modelo ARX, a solução do problema envolve a inversão da matriz dos regressores, assim sendo, quanto mais constante for o sinal de entrada utilizado, mais próximos serão os valores das colunas da matriz dos regressores gerando problemas de mal condicionamento numérico. Além do problema do condicionamento numérico, o sinal de entrada deve possuir energia suficiente para excitar a dinâmica da planta, pois características tanto dinâmicas quanto estáticas que não forem excitadas, não podem ser modeladas (AGUIRRE, 2007).

A condição de persistência de excitação pode ser determinada através da avaliação da persistência de excitação dos regressores de entrada (GEVERS, BAZANELLA e MISKOVIC, 2008). O cálculo da matriz de regressores de entrada de ordem p (φ_p), é dado por:

$$\varphi_p(t) = \begin{bmatrix} u(t-1) \\ u(t-2) \\ \vdots \\ u(t-p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q^{-1} \\ q^{-2} \\ \vdots \\ q^{-p} \end{bmatrix} u(t) \quad (2.37)$$

Em um modelo ARX, $2p$ parâmetros devem ser estimados. Desta forma, o sinal de entrada será persistentemente excitante se todos os $2p$ valores singulares da matriz de covariância dos regressores de entrada φ_{2p} sejam maiores do que zero:

$$\lambda_i > 0, i = 1, \dots, 2p \quad (2.38)$$

onde λ_i são obtidos utilizando a decomposição em valores singulares da matriz de covariância dos regressores de entrada.

Neste trabalho, antes de aplicação dos métodos de causalidade, os dados serão avaliados em relação a covariância estacionária. Além da análise da estacionariedade dos dados, será avaliado se eles são persistentemente excitantes de acordo com a análise dos valores singulares da matriz de covariância dos regressores de entrada. Estas análises serão realizadas para ambos os métodos.

3 Aplicação dos métodos de causalidade

Neste capítulo será apresentada a metodologia utilizada para a aplicação dos métodos de causalidade apresentados no Capítulo 2, em exemplos utilizando dados sintéticos e industriais. A Seção 3.1 apresentará índices de avaliação de resultados que serão utilizados na comparação dos desempenhos dos métodos utilizados nas análises e especificará a metodologia a ser seguida para o desenvolvimento das análises. A Seção 3.2 traz a aplicação do método CRRA original e modificado em sinais sintéticos, cujas relações de causalidade já são conhecidas, para mostrar como as modificações implementadas no algoritmo original do método geraram melhorias em relação à descoberta da topologia da rede de causalidade entre as variáveis. A Seção 3.3 mostra a aplicação da causalidade de Granger em dados de uma central termoelétrica com o objetivo de mostrar como a escolha da ordem do modelo influencia nos resultados da inferência da estatística f na análise da causalidade de Granger. Uma forma de contornar o problema desta influência da escolha da ordem do modelo utilizando o método de Granger é apresentada na mesma Seção. A Seção 3.4 mostra a aplicação dos métodos de Granger e CRRA modificado em dados de uma planta de uma plataforma de petróleo e gás, com o objetivo de comparar o desempenho dos dois métodos na descoberta da topologia das relações de causalidade entre as variáveis.

3.1 Metodologia para testes e comparações

Um importante quesito para o processo de investigação de relações de causalidade entre variáveis está na determinação de como as análises serão realizadas. Índices serão utilizados para comparação dos resultados, a forma com que os dados serão utilizados para aplicação dos métodos e formas como os resultados serão apresentados são abordados nesta Seção.

3.1.1 Índices para avaliação de resultados

Para fins de comparação, serão utilizados alguns índices para a avaliação de desempenho dos métodos de causalidade utilizados neste trabalho: Precisão (P), sensibilidade (S), acurácia (A), erro do tipo I (Erro I) e erro do tipo II (Erro II) (FACELI, LORENA, *et al.*, 2011). Para o cálculo destes índices, a topologia das relações de causalidade entre as variáveis conhecida *a priori* será comparada com a topologia detectada pelos métodos para cada direção de causalidade entre as variáveis e

assim serão utilizados quatro parâmetros para determinação dos índices. Estes parâmetros estão mostrados na Tabela 3.1.

Tabela 3.1. Definição dos parâmetros utilizados para cálculo dos índices de desempenho

Parâmetros	Definição
Verdadeiro positivo (VP)	A relação de causalidade existe e foi detectada
Falso positivo (FP)	A relação de causalidade não existe, mas foi detectada
Verdadeiro negativo (VN)	A relação de causalidade não existe e não foi detectada
Falso negativo (FN)	A relação de causalidade existe, mas não foi detectada

Assim, utilizando as definições da Tabela 3.1, os índices de desempenho são calculados como segue:

$$P = \frac{VP}{VP + FP} \quad (3.1)$$

$$S = \frac{VP}{VP + FN} \quad (3.2)$$

$$A = \frac{VP + VN}{VP + VN + FP + FN} \quad (3.3)$$

A precisão é a proporção de relações de causalidade entre as detectadas pelo teste. Uma precisão de 90%, por exemplo, significa que a cada 10 relações de causalidade detectadas, 9 realmente existem. A sensibilidade é a capacidade que o teste apresenta de detectar corretamente as relações de causalidade existentes. A acurácia é a capacidade que o teste tem de classificar corretamente as relações de causalidade existentes e não existentes. Além destes índices, também serão usados o erro do tipo I e o erro do tipo II. O erro do Tipo I é a probabilidade de se cometer um falso positivo (rejeitar a hipótese nula do teste de hipótese quando ela é verdadeira). O erro do tipo II é a probabilidade de se cometer um falso negativo (aceitar a hipótese nula quando ela é falsa). Neste trabalho, todos os índices serão apresentados em porcentagem

3.1.2 Metodologia para aplicação dos métodos de causalidade

O primeiro quesito que se deve analisar antes de aplicar os métodos de causalidade é em relação aos dados. Os dados devem ser inicialmente avaliados visualmente para verificar se possuem algum tipo de tendência. Em seguida se aplica o teste de Dickey-Fuller aumentado, para verificar se possuem raiz unitária. Caso os sinais não atendam as especificações de covariância estacionária, devem ser utilizados os procedimentos de pré-tratamento de sinais apresentados na Seção 2.5. Além deste quesito, deve-se

verificar se os sinais são persistentemente excitantes, que é uma condição necessária para saber se eles permitem a estimação dos parâmetros do modelo, através da análise dos valores singulares da matriz de covariância dos regressores de entrada que devem ser maiores do que zero.

Para a aplicação do método de Granger, é necessário estimar a ordem do modelo ARX a ser identificado. Neste trabalho, para fins de comparação, serão utilizados 3 métodos de estimação da ordem baseados na teoria da informação: o método de Akaike, o Bayesiano e o Hannan-Quinn. Após estimar a ordem dos modelos, analisa-se se os resíduos obtidos com a mínima ordem fornecida pelos critérios, que no caso é a ordem fornecida pelo critério BIC, são ruído branco através do cálculo da estatística de *Durbin-Watson*, sendo considerados para o cálculo da inferência da causalidade de Granger apenas ordens de estimação cujos resíduos são ruído branco. Desta maneira, a inferência estatística da causalidade de Granger é calculada conforme mostrado na Seção 2.3.1 para o caso bivariado ou como mostrado na Seção 2.3.2 para o caso multivariado, utilizando o método de correção para os testes de múltiplas comparações. Caso o número de variáveis seja maior do que dois e se o requisito apresentado na expressão (2.14) for satisfeito, é preferível aplicar a causalidade condicional de Granger, pois ela elimina as relações de causalidade indireta. Após a inferência da causalidade de Granger, será analisada a consistência do modelo, sendo que valores menores do que 80% serão tidos como preocupantes para avaliação da existência ou não da causalidade na direção testada, de acordo com (SETH, 2010).

O método de análise de causalidade baseado na análise de resíduo original será aplicado conforme apresentado na Subseção 2.4.1: A ordem de estimação do modelo será determinada a partir do teste mostrado na expressão (2.25) e a independência entre o resíduo e a entrada para atrasos negativos será calculada a partir do teste mostrado na expressão (2.26). Os resultados destes testes serão atribuídos às variáveis v_1^p e v_2^p conforme as expressões (2.28) e (2.29), podendo ser determinada a causalidade de acordo com as relações lógicas apresentadas na Tabela 2.3. O método CRRA com as melhorias implementadas será aplicado com as modificações conforme apresentado na Subseção 2.4.2. Neste trabalho, para fins de diferenciação, o método CRRA inicialmente proposto será designado como CRRA original, enquanto que o método com as melhorias implementadas, será designado por CRRA modificado.

Os resultados dos métodos de causalidade serão apresentados no formato matricial e na forma de grafos direcionados. Na representação por formato matricial, cada posição

(i, j) da matriz, sendo i o índice representativo das linhas e j das colunas, representará a relação de causalidade na direção da variável x_j para a variável x_i . Já no formato de representação utilizando grafos, os vértices dos grafos representam as variáveis e os arcos representam a direção das relações de causalidade existentes (PEARL, 2009). Portanto, caso a variável x_j causar a variável x_i , a relação de causalidade nesta direção pode ser representada por $x_j \rightarrow x_i$.

3.1.3 Proposta de aplicação dos métodos

A Tabela 3.2 resume a proposta de aplicação dos métodos de Granger e CRRA modificado.

Tabela 3.2. Resumo das propostas de aplicação dos métodos

Granger	CRRA modificado
<ol style="list-style-type: none"> 1. Utilizar os critérios para seleção da ordem do modelos 2. Verificar se os resíduos gerados são ruído branco 3. Escolher um intervalo de ordens para inferir a causalidade em todas as direções 4. Utilizar a frequência da indicação causalidade no intervalo de ordens utilizadas, para decidir se a causalidade na direção é realmente significativa ou não. Esta direções em que a indicação varia com o aumento da ordem serão chamadas de duvidosas 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Implementação da correção de <i>Bonferroni</i> para o teste de múltiplas comparações aplicado ao teste estatístico de independência entre o resíduo e a entrada. 2. Substituição dos testes consecutivos (v_1^p e v_2^p) pela análise de pertinência ao intervalo de confiança (α) utilizado

3.2 Aplicação em dados sintéticos

A análise desta Seção utilizará o método CRRA com o objetivo de mostrar como as modificações sugeridas no método original geraram melhorias em relação à descoberta da topologia das relações de causalidade entre as variáveis estudadas. Para isso, foram considerados sinais sintéticos utilizados como exemplos em (DING, CHEN e BRESSLER, 2006). Dadas três séries temporais de tamanho $T = 1000$:

$$\begin{aligned}
 x(t) &= 0.8x(t-1) - 0.5x(t-2) + 0.4z(t-1) + \varepsilon_1(t) \\
 y(t) &= 0.9y(t-1) - 0.8y(t-2) + \varepsilon_2(t) \\
 z(t) &= 0.5z(t-1) - 0.2z(t-2) + 0.5y(t-1) + \varepsilon_3(t)
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

onde $\varepsilon_1(t)$, $\varepsilon_2(t)$ e $\varepsilon_3(t)$ são ruídos Gaussianos de média zero e variâncias respectivamente iguais a $\sigma_1^2 = 0.3$, $\sigma_2^2 = 1.0$ e $\sigma_3^2 = 0.2$. A topologia das relações de causalidade para estas 3 variáveis é mostrada na Figura 3.1.

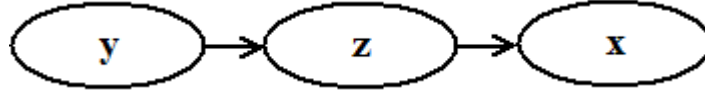


Figura 3.1. Mapa causal dos sinais sintéticos utilizados

Neste modelo, a variável y possui uma influência causal indireta na variável x e uma influência causal direta na variável z , enquanto z possui uma relação de causalidade direta na variável x .

Para iniciar o procedimento dos testes, é necessário verificar inicialmente se os sinais possuem a covariância estacionária. A Figura 3.2 mostram os sinais plotados em relação ao tempo.

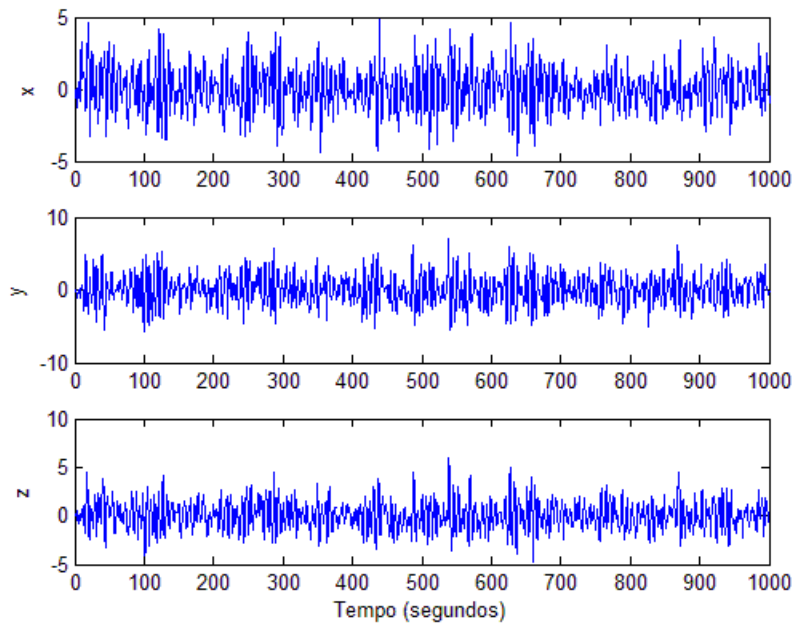


Figura 3.2. Sinais no tempo das 3 variáveis usadas

Esta análise foi feita utilizando o teste de *Dickey-Fuller Aumentado*, verificando-se que não há a necessidade de nenhum tipo de pré-tratamento nos dados.

Além do teste da quase-estacionariedade, deve-se verificar se os dados são persistentemente excitante, porém a realização deste teste depende da ordem escolhida para o modelo. Como no método CRRA a ordem do modelo é aumentada até que sejam gerados resíduos que sejam ruído branco, este teste será realizado após a obtenção dos

resultados pelo método. Caso o resultado do teste de persistência da excitação indique que alguma entrada utilizada não é persistentemente excitante, os resultados obtidos serão descartados.

Para a realização do experimento, as simulações foram repetidas 100 vezes utilizando o método CRRA original e modificado com um nível de confiança de $\alpha = 5\%$ e $\alpha = 1\%$ para os testes de ruído branco e correlação cruzada entre os resíduos e a entrada utilizados no método. A Figura 3.3 mostra os índices de desempenho para este exemplo de simulação.

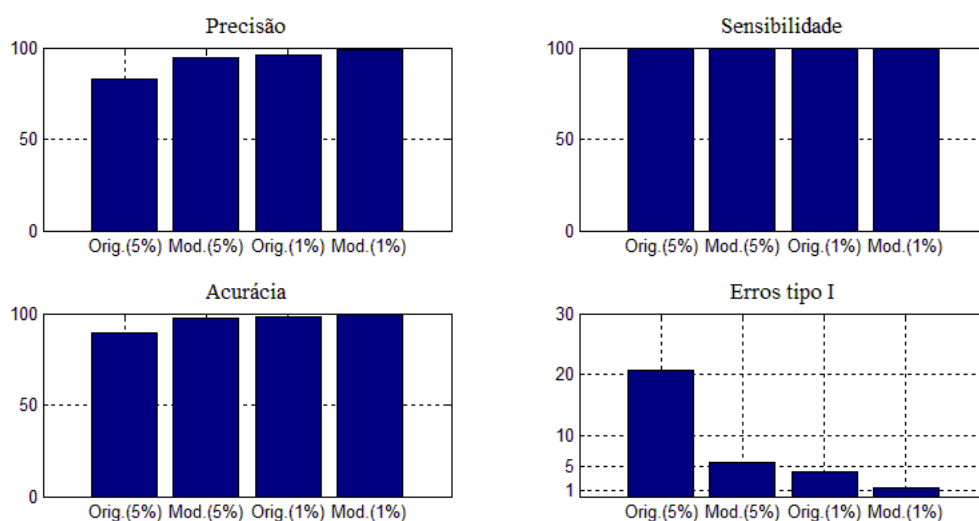


Figura 3.3. Índices de desempenho calculados após a utilização do método CRRA modificado e original com níveis de confiança $\alpha=5\%$ e $\alpha=1\%$.

Analisando a Figura 3.3, verifica-se que o CRRA modificado apresentou tanto a medida de precisão quanto a de acurácia maior do que o CRRA original para os dois níveis de confiança utilizados. A precisão com $\alpha = 5\%$ e $\alpha = 1\%$ foi, respectivamente, de 82,9% e 96,2% para o CRRA original e de 94,6% e 98,7% para o CRRA modificado. Já a acurácia com $\alpha = 5\%$ e $\alpha = 1\%$ foi respectivamente de 89,7% e 98% para o CRRA original e de 97,2% e 99,3% para o CRRA modificado.

Como em nenhum caso houve detecção de falsos negativos e os métodos detectaram corretamente todos os verdadeiros positivos, todos apresentaram sensibilidade de 100% para este exemplo. Verifica-se que o CRRA original não conseguiu manter a porcentagem de erros do Tipo I abaixo do nível de confiança utilizado pelos testes. Quando se utilizou $\alpha = 5\%$ e $\alpha = 1\%$, o CRRA original teve respectivamente, 20,7% e 4% de erros do Tipo I. Ao aplicar o método modificado com as melhorias propostas, a porcentagem de erros do Tipo I ficou próximo aos limites de

confiança dos testes tanto para $\alpha = 5\%$ e $\alpha = 1\%$, tendo um total de erros do tipo I equivalente a 5,96% e 1,33%, respectivamente, para estes níveis de confiança utilizados. Não houve detecção de erros do tipo II por nenhum método para este exemplo.

Após a utilização do método, verificou-se que a ordem $p = 2$ para todos os modelos foi suficiente para gerar ruído branco e para determinar a causalidade entre as variáveis. Por fim, basta analisar os regressores de entrada utilizados para obtenção dos modelos para saber se eles são persistentemente excitantes de ordem $2p$. Para isto, será analisada se a matriz de covariância destes regressores possuem valores singulares maiores do que zero. Os resultados estão mostrados na Figura 3.4.

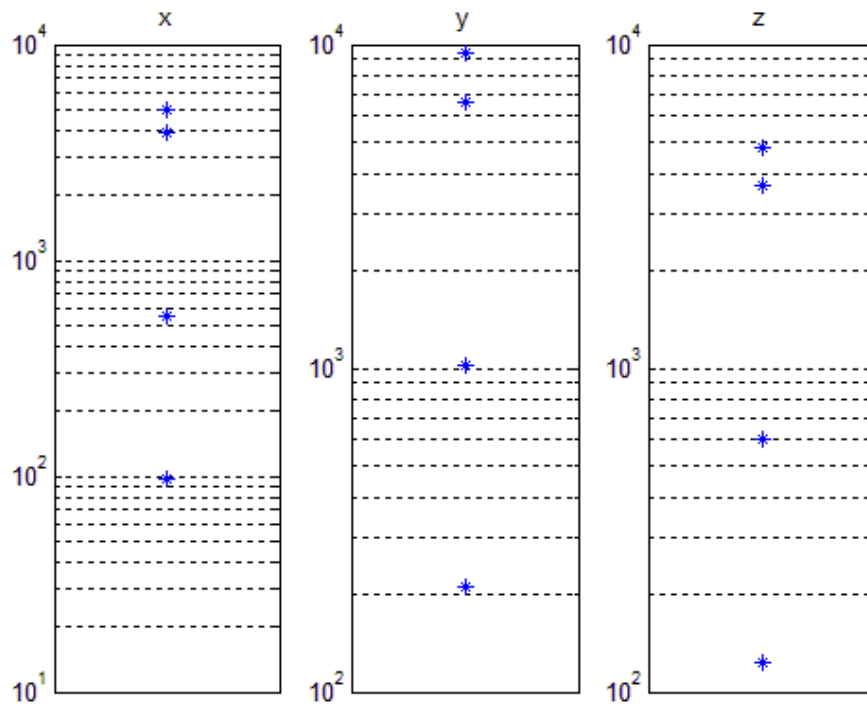


Figura 3.4. Valores singulares dos regressores de entrada utilizados nos modelos ARX.

A Figura 3.4 mostra que os $2p$ valores singulares de cada regressor de entrada são maiores do que zero. Pode-se concluir, portanto, que os dados utilizados nas estimações dos modelos ARX são suficientemente ricos de ordem 2.

3.2.1 Comentários

Os resultados obtidos por esta análise mostram como as modificações sugeridas no algoritmo do método CRRA geraram melhorias no método em relação à descoberta da topologia de conexão entre as variáveis quando se utiliza a correção de *Bonferroni* para

os testes de múltiplas comparações aplicados ao teste estatístico de independência entre o resíduo e a entrada.

Os sinais utilizados para o teste possuem a covariância estacionária de acordo com o teste de *Dickey-Fuller aumentado*, logo não foi necessário nenhum pré-tratamento para tornar os dados estacionários. Além de possuírem a covariância estacionária, os sinais são persistentemente excitantes, condição necessária para estimação dos modelos ARX utilizando o método dos mínimos quadrados.

A correção de *Bonferroni* para os testes de múltiplas comparações não foi utilizado para o teste estatístico em que se verifica se o resíduo é um ruído branco, mostrado na expressão (2.25). A ordem do modelo é aumentada até o resíduo se tornar um ruído branco e posteriormente é analisada a correlação entre a entrada e o resíduo do modelo de acordo com a expressão (2.26). Desta maneira, a correção de *Bonferroni* foi implementada apenas no teste da correlação que efetivamente é o teste que indica a existência ou não da causalidade entre as variáveis.

3.3 Aplicação em dados de uma central termoeétrica

Esta seção utiliza sinais provenientes de sete malhas de controle de uma central termoeétrica que foram coletados por 1000 segundos com tempo de amostragem de 1 segundo. Esta análise se dividirá em duas partes: a primeira parte utilizará duas variáveis dos sinais das 7 malhas para mostrar como a ordem do modelo possui uma influência na inferência estatística da distribuição f . A segunda análise será realizada em todos os 7 sinais da central termoeétrica, com o objetivo de mostrar a aplicação de uma proposta para reduzir as incertezas que a escolha da ordem do modelo pode causar na inferência da topologia das conexões entre as variáveis.

O diagrama de instrumentação da planta é mostrado na Figura 3.5, com as malhas de controle utilizadas para gerar os sinais analisados.

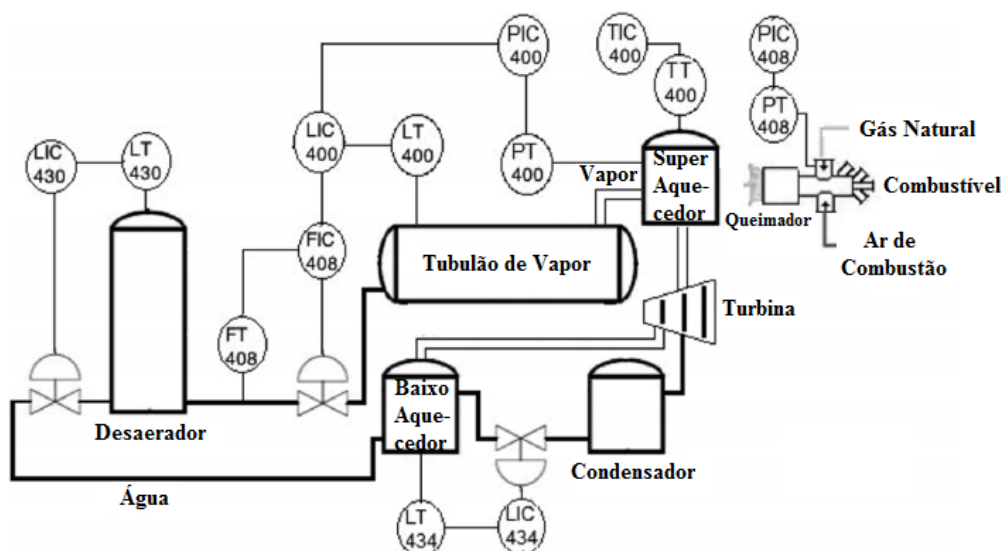


Figura 3.5. Diagrama de instrumentação das malhas de controle selecionadas

A diminuição da pressão no superaquecedor ($PT400$) gera uma nova referência para o nível da água no tubulão ($LT400$) para a produção de mais vapor. Esta malha ajusta o ponto de operação da vazão da água ($FIC408$) que vem do reservatório do desaerador cujo nível é controlado pela $LIC430$. Ao diminuir a pressão no superaquecedor, a temperatura ($TT400$) também é reduzida pela lei dos gases ideais. O vapor condensado ao deixar a turbina, alimenta o tanque cujo nível é controlado por $LIC434$, e este tanque alimenta o desaerador ($LT430$). A malha $PIC408$ regula a pressão de gás natural da chama piloto para garantir que os combustíveis sejam inflamados no interior da fornalha, desta forma esta variável não está relacionada com nenhuma outra variável do processo. As relações de causa e efeito entre as variáveis do processo, apontada pelos operadores utilizando as tags dos respectivos transmissores, são mostradas no mapa causal da Figura 3.6.

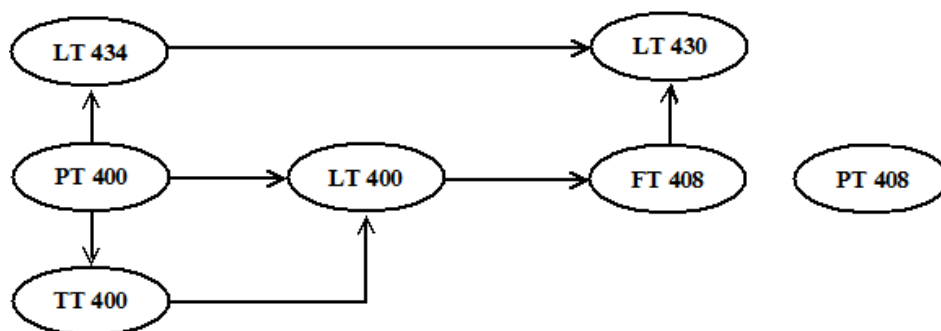


Figura 3.6. Mapa causal de acordo com os operadores

A Tabela 3.3 fornece a descrição das malhas de controle da termoeletrônica.

Tabela 3.3. Descrição das malhas de controle da termoeletrica

Malha	Definição
PIC408	Controlador de pressão de gás na chama piloto
PIC400	Controlador de pressão no super-aquecedor
LIC434	Controlador de nível no aquecedor de baixa pressão
FIC408	Controlador de vazão da água de alimentação
LIC400	Controlador de nível no tubulão de vapor
LIC430	Controlador de nível no desaerador
TIC400	Controlador de temperatura do vapor principal

Utilizando o teste de *Dickey-Fuller aumentado*, verificou-se a necessidade de diferenciar os dados uma vez. A Figura 3.7 mostra os sinais no tempo antes e após a diferenciação.

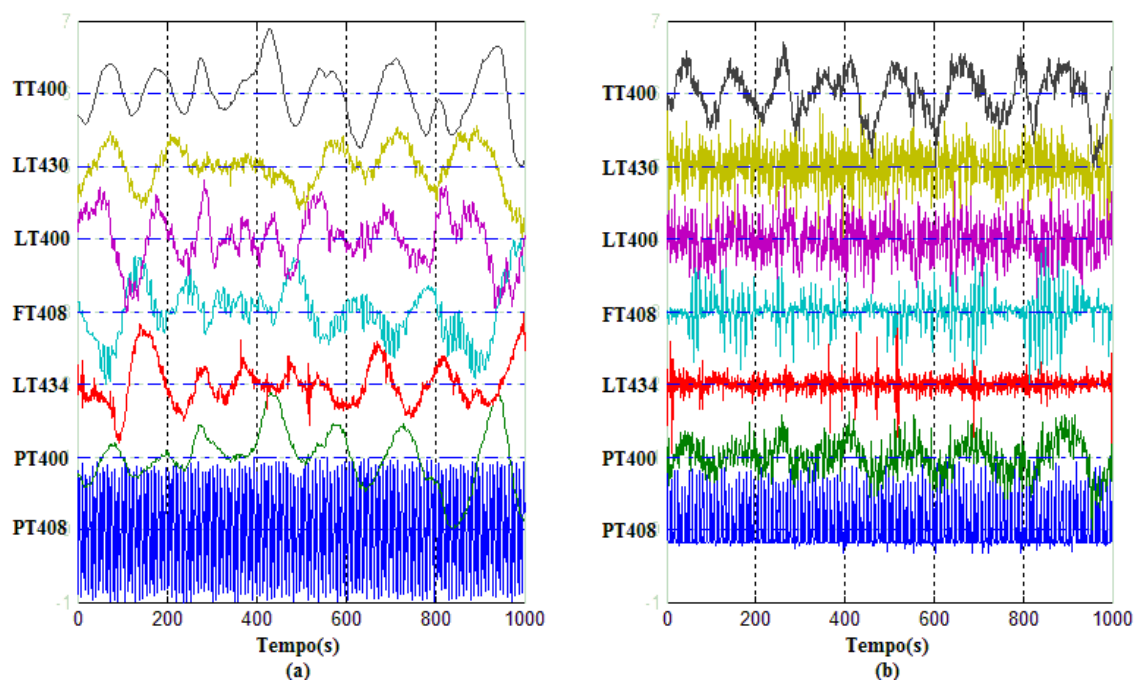


Figura 3.7. (a) Sinais originais no tempo. (b) Sinais no tempo após a primeira diferenciação.

3.3.1 Influência da ordem do modelo na causalidade de Granger

Para mostrar a situação descrita pela expressão (2.20), foram escolhidos dois sinais do processo industrial mostrado na Figura 3.5, que possuem relações de causalidade bem definidas (*PIC400* e *LIC400*) e inferida a causalidade nas duas direções. A aplicação dos critérios é mostrada na Figura 3.8, sendo destacada a ordem para a qual cada critério atingiu seu valor mínimo.

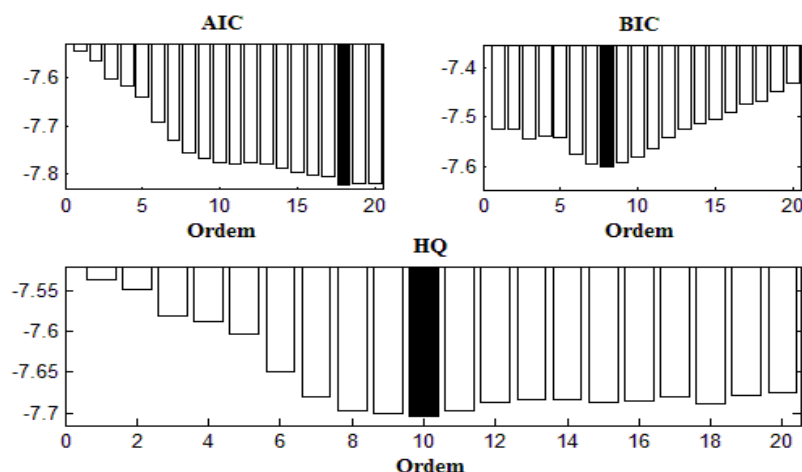


Figura 3.8. Valores dos critérios para ordens de 1 a 20

A utilização do critério AIC estimou uma ordem igual a 18 para os modelos, já os critérios BIC e HQ estimaram ordens iguais a 8 e 10, respectivamente. Para a análise do efeito de PIC400 sobre LIC400, a análise de resíduos indicou ruído branco para ordens $p \geq 2$. Para o modelo que relaciona o efeito de LIC400 sobre PIC400, os resíduos se tornaram ruído branco para ordens $p \geq 8$. Baseando-se nisto, variou-se a ordem dos modelos de 8 a 30, já que este intervalo garante tanto ordem mínima encontrada pelo critério BIC quanto a validação dos resíduos dos modelos. A partir da ordem 30, o resultado da indicação ou não da causalidade não mais sofreu variações. A Figura 3.9 ilustra o comportamento da estatística f e do limiar do teste F na inferência de causalidade nas direções testadas entre os dois sinais. Foi utilizado $\alpha = 5\%$ para os testes de múltiplas comparações.

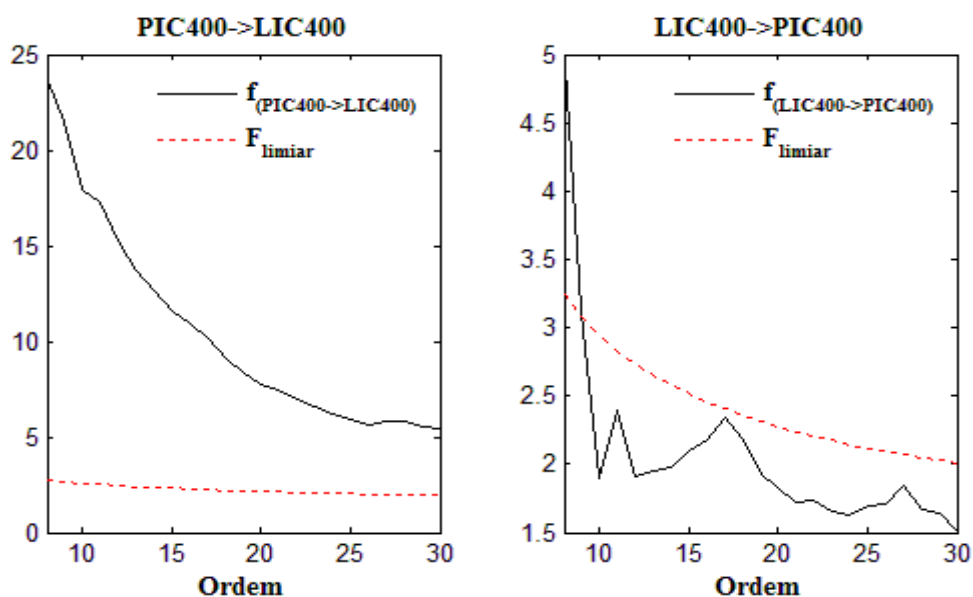


Figura 3.9. Estatística f e limiar variando a ordem do modelo

O comportamento dos termos f_1 e f_2 da equação (2.20) para esta análise é mostrado na Figura 3.10.

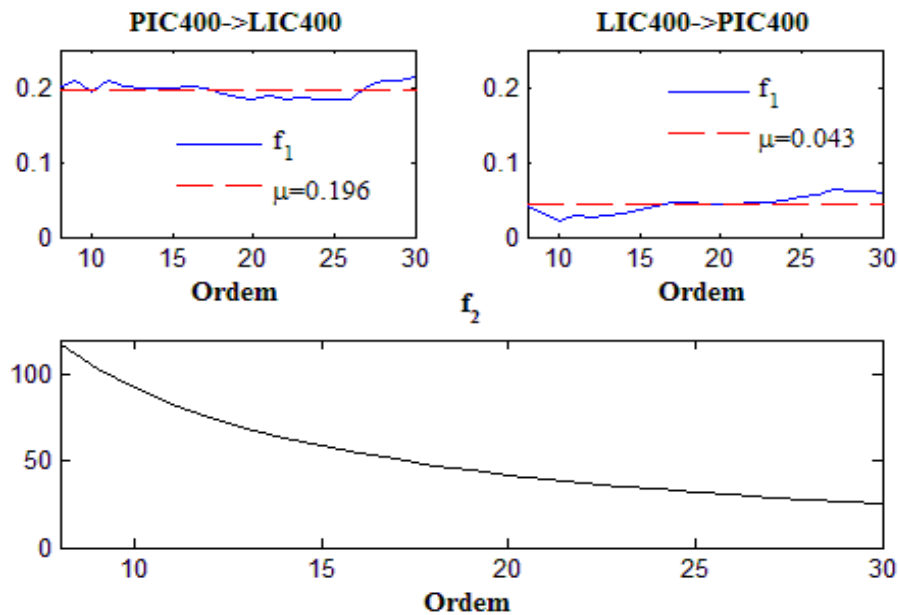


Figura 3.10. Comportamento dos termos f_1 e f_2 da estatística f com o aumento da ordem do modelo

O termo f_2 possui um efeito grande para baixas ordens ($f_2 > 100$), e vai diminuindo com o aumento da ordem. O valor do termo f_1 na direção $PIC400 \rightarrow LIC400$ é maior do que na direção $LIC400 \rightarrow PIC400$. A utilização de ordens baixas pode fornecer um resultado significativo na inferência da causalidade devido ao peso do termo f_2 na equação (2.20) quando a magnitude de f_1 é pequena. Isto pode ser observado na direção $LIC400 \rightarrow PIC400$ da Figura 3.9, onde houve uma indicação de causalidade quando a ordem utilizada foi de 8 e 9.

A relação de causalidade na direção $PIC400 \rightarrow LIC400$ é bem definida como pode ser constatado pela Figura 3.9, que indica sempre uma relação de causalidade com o aumento da ordem do modelo utilizado. Ao inferir a causalidade na direção $LIC400 \rightarrow PIC400$ com a ordem dada pelo critério BIC a inferência estatística mostra uma relação de causalidade significativa. Ao usar a ordem fornecida pelos critérios de HQ e AIC, a inferência da causalidade não foi significativa, resultado que permaneceu até a ordem 30. Estes resultados mostram a divergência que a análise de causalidade pode indicar com a variação da ordem do modelo e da escolha do critério a ser utilizado para a sua estimação, mesmo que os resíduos dos modelos sejam ruído branco.

3.3.2 Proposta para diminuir a incerteza da escolha da ordem do modelo na causalidade de Granger

Ao aplicar os critérios de seleção da ordem dos modelos nos sinais diferenciados das 7 malhas, as ordens encontradas pelos critérios AIC, BIC e HQ foram respectivamente 15, 7 e 7. A Tabela 3.4 mostra a ordem do modelo para o qual os resíduos são ruído branco de acordo com o teste de *Durbin-Watson* e o intervalo das ordens escolhidas para inferir a causalidade de Granger tendo determinado sinal como saída.

Tabela 3.4. Ordens de estimação dos modelos cujos resíduos se tornam ruído branco e intervalos utilizados para inferência da causalidade de Granger.

<i>Análise de resíduos</i>						
<i>PIC408</i>	<i>PIC400</i>	<i>LIC434</i>	<i>FIC408</i>	<i>LIC400</i>	<i>LIC430</i>	<i>TIC400</i>
$p \geq 15$	$p \geq 6$	$p \geq 8$	$p \geq 10$	$p \geq 2$	$p \geq 3$	$p \geq 7$
<i>Intervalos das ordens para inferência da causalidade de Granger</i>						
<i>PIC408</i>	<i>PIC400</i>	<i>LIC434</i>	<i>FIC408</i>	<i>LIC400</i>	<i>LIC430</i>	<i>TIC400</i>
$15 \leq p$	$7 \leq p$	$8 \leq p$	$10 \leq p$	$7 \leq p$	$7 \leq p$	$7 \leq p$
≤ 30	≤ 30	≤ 30	≤ 30	≤ 30	≤ 30	≤ 30

A menor ordem estimada pelos critérios foi 7 (BIC e HQ). Utilizando, por exemplo, a inferência da causalidade tendo a **LIC434** como saída, pode-se verificar pela Tabela 3.4 que a partir da ordem 8 os resíduos são ruído branco. Portanto, para a análise deste sinal foi escolhido um intervalo de $8 \leq p \leq 30$, pois este intervalo garante que os resíduos do modelo sejam ruído branco e utiliza a menor ordem proposta pelos testes. O mesmo procedimento foi realizado para as outras saídas. A Tabela 3.4 mostra também que a ordem estimada pelos critérios não garante a validação dos resíduos, como pode ser constatado para o caso da **PIC408** cujos resíduos só se tornaram ruído branco para ordens acima de 15, superior às ordens estimadas pelos critérios de BIC e HQ. Outro caso são os sinais da **LIC434** e **FIC408** que caso utilizassem a ordem indicadas pelos critérios BIC e HQ, não garantiriam que os resíduos fossem ruído branco. Após a diferenciação dos sinais das 7 malhas, o tamanho da amostra de dados é $T = 999$, como $n = 7$, deve ser verificado se a análise condicional de Granger pode ser aplicada. De acordo com a expressão (2.14) e utilizando $p = 30$ para analisar o caso em que será utilizada a maior ordem, tem-se que $999 \geq 240$, logo será utilizada a causalidade Condicional de Granger.

O resultado da inferência da estatística f na análise de causalidade de Granger para os 7 sinais é mostrado na Figura 3.11, sendo que as curvas vermelhas pontilhadas são o limiar do teste F^{α_c} e as curvas pretas contínuas são da estatística f .

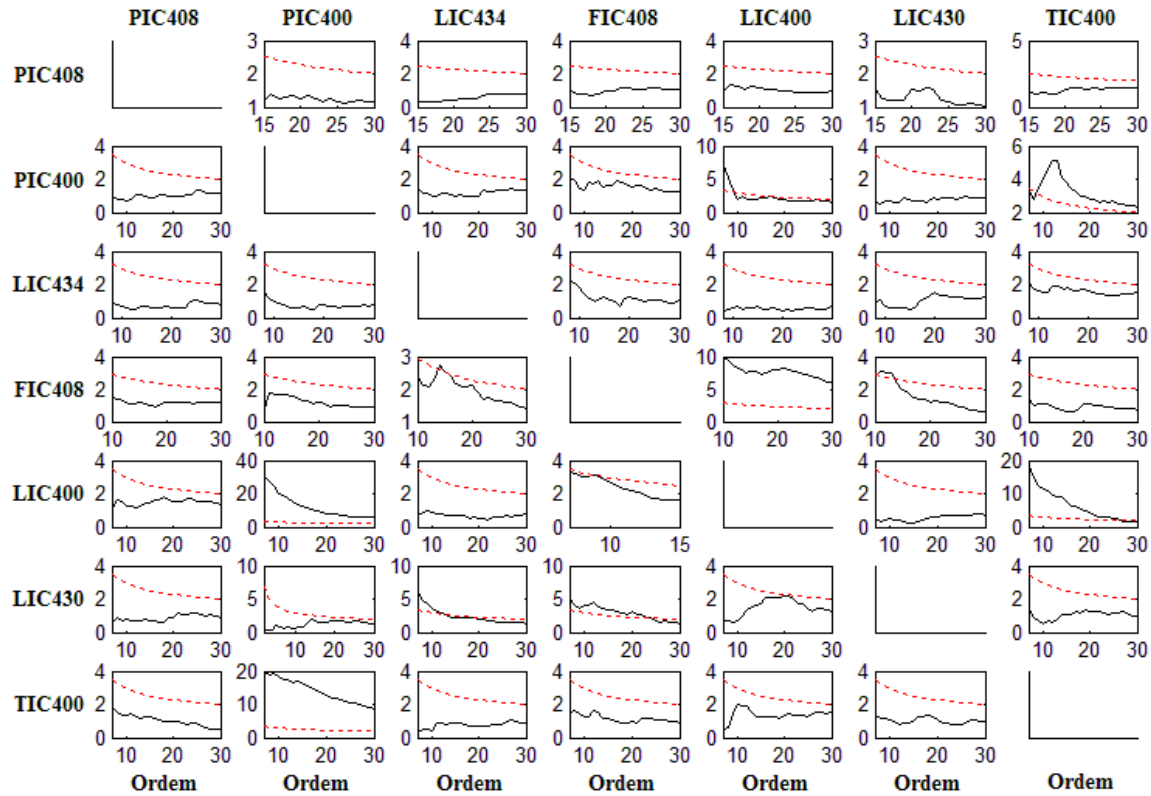


Figura 3.11. Inferência de causalidade com o aumento da ordem do modelo para os 7 sinais.

A consistência dos modelos completos para todas as ordens de estimação ficaram em torno de 60%, abaixo do limiar de 80% utilizado por (SETH, 2010). Estes valores baixos podem ser explicados devido a necessidade que houve de diferenciar os sinais para torna-los estacionários em covariância (a aplicação da técnica de diferenciação nos dados originais pode gerar problemas de má especificação de modelos), porém é um preço que se paga para atender ao requisito de comportamento dos dados antes de aplicar a análise da causalidade de Granger.

A utilização dos critérios para a escolha da ordem do modelo juntamente com a verificação da sua qualidade pela análise de resíduos fornecem resultados bastante consistentes na maioria dos casos quando se utiliza a estatística f para inferir a causalidade entre os sinais. Porém, ao se analisar algumas relações de causalidade, estas relações passam a se tornar duvidosas quando se avalia o comportamento da estatística de teste em relação ao seu limiar com o aumento da ordem de estimação dos modelos.

Como pode ser observado na Figura 3.11, existem relações de causalidade bem consistentes, com a relação da $PIC408 \rightarrow LIC434$, que indica sempre ausência de causalidade. Outra relação consistente, por exemplo, é a relação na direção $PIC400 \rightarrow TIC400$, que indica sempre relações de causalidade significantes. Porém, algumas direções de causalidade possuem uma variação no comportamento quando se varia a ordem do modelo e são estas direções que merecem uma atenção especial. Quanto se utiliza os critérios BIC e HQ para analisar a relação de causalidade na direção $LIC434 \rightarrow LIC430$, o resultado indica uma relação significativa de causalidade. Porém, ao se utilizar os resultados fornecidos pelo critério de Akaike essa relação de causalidade deixa de existir. A direção $LIC434 \rightarrow FIC408$, não indica uma relação de causalidade para ordens menores do que quinze, passa a indicar quando se utiliza a ordem fornecida pelo critério de AIC e com o aumento da ordem, passa a não indicar novamente. Na direção $LIC400 \rightarrow PIC400$, percebe-se uma indicação de causalidade quando se utiliza as ordens fornecidas pelos critérios BIC e HQ e uma ausência de indicação quando se utiliza a ordem fornecida pelo critério de Akaike. Esta variação na indicação de causalidade também é percebida nas seguintes direções com o aumento da ordem do modelo: $LIC430 \rightarrow FIC408$, $TIC400 \rightarrow PIC400$, $FIC408 \rightarrow LIC430$ e $TIC400 \rightarrow LIC400$. As relações de causalidade nestas 7 direções passam a se tornar incertas quando este tipo de comportamento acontece mesmo utilizando as ordens indicadas pelos critérios de informações utilizados com o teste de análise sobre os resíduos.

O mapa causal mostrado na Figura 3.12 resume os resultados obtidos nas análises. As setas pretas indicam relações de causalidade consistentes e as setas vermelhas pontilhadas indicam relações de causalidade duvidosas devido a essas variações de indicação de causalidade com o aumento da ordem do modelo.

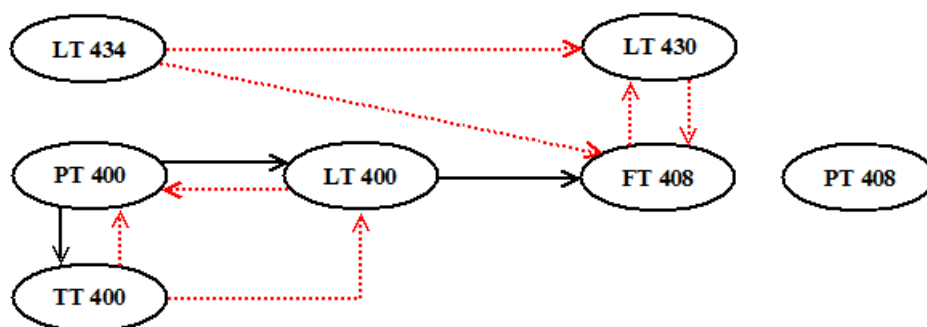


Figura 3.12. Mapa causal obtido pela análise da Figura 3.11

Uma proposta sugerida para diminuir essa ambiguidade nos resultados da análise é utilizar a frequência em que as relações de causalidade duvidosas apareceram no intervalo de ordem utilizado. A Tabela 3.5 mostra a frequência (medida em porcentagem) em que as direções de causalidade duvidosas tiveram indicação ou não de causalidade.

Tabela 3.5. Frequências de detecções e ausência de detecções de causalidade para as relações duvidosas

Direção	Presença de causalidade (%)	Ausência de causalidade (%)
LIC434 → FIC408	9,5	90,5
LIC434 → LIC430	25	75
FIC408 → LIC430	70,8	29,2
LIC400 → PIC400	16,7	83,3
LIC430 → FIC408	14,3	85,7
TIC400 → PIC400	91,7	8,3
TIC400 → LIC400	83,3	16,7

Na Tabela 3.5, os maiores valores de cada direção estão apresentados em negrito, sendo utilizado um limiar de 60% para inferir sobre a existência ou não de causalidade na direção duvidosa. Um novo mapa causal baseado nos resultados da Figura 3.11 e da Tabela 3.5 foi obtido e é mostrado na Figura 3.13.

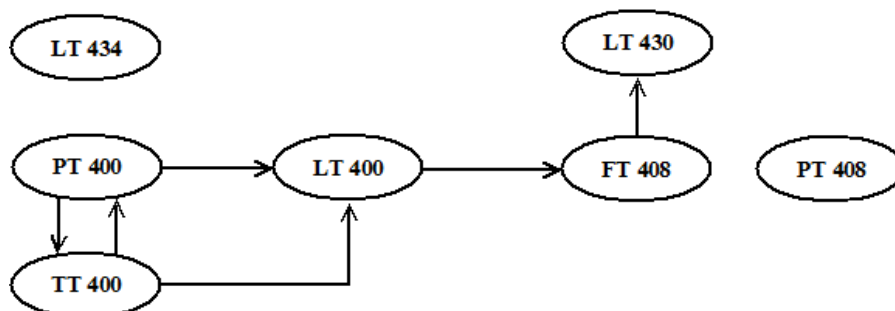


Figura 3.13. Novo mapa causal obtido após a utilização da frequência de causalidade

Após a utilização do método, verificou-se que $p = 30$ foi a ordem máxima selecionada para os modelos. Desta forma, esta ordem será utilizada para analisar se os sinais utilizados são persistentemente excitantes e os valores singulares de cada regressor da entrada são mostrados na Figura 3.14.

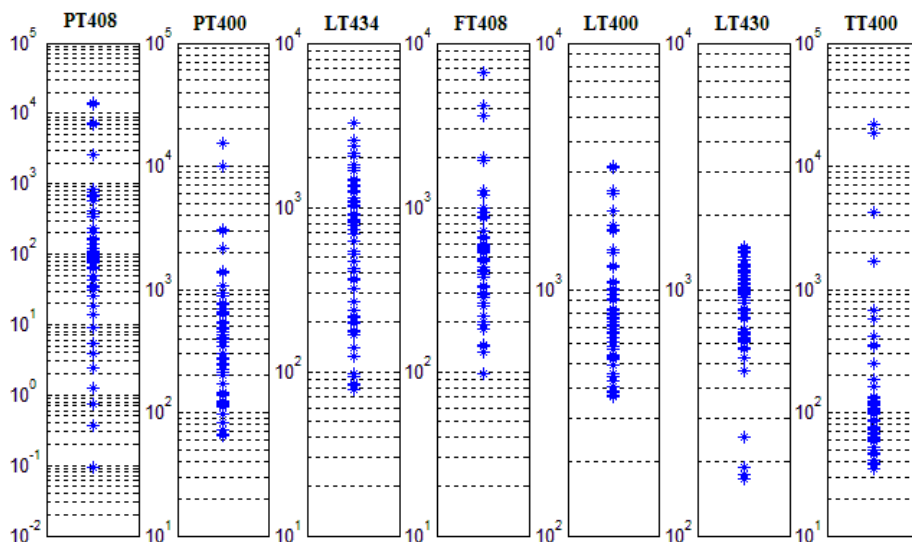


Figura 3.14. Valores singulares dos regressores de entrada para os sete sinais da planta termoeletrica

Como mostrado na Figura 3.14, os $2p$ valores singulares de cada regressor de entrada são maiores do que zero, portanto, pode-se concluir que os dados utilizados nas estimações dos modelos ARX são suficientemente ricos de ordem 30.

3.3.3 Comentários

Para contornar o problema da sensibilidade dos resultados em relação a ordem do modelo, as relações de causalidade foram avaliadas de acordo com a escolha de um intervalo de ordens, ao invés da utilização de uma única ordem, que poderia fornecer informações erradas sobre a verdadeira topologia da rede de causalidade.

Um ponto a se destacar nesta análise foi a necessidade de aplicar a diferenciação aos dados para que estes atendessem à condição de covariância estacionária, uma vez que dados de processos industriais dificilmente são estacionários. Ao aplicar a diferenciação, dinâmicas mais lentas presentes nos dados são perdidas, reduzindo a qualidade do modelo e consequentemente a capacidade de detectar relações de causalidade. Isto explica, por exemplo, o fato do método não ter apontado as relações de causalidade nas direções $PIC400 \rightarrow LIC434$ e $LIC434 \rightarrow LIC430$. Outro motivo também é a distância física entre a variável $LIC434$ com o tubulão e com as variáveis ligadas diretamente a este processo, como mostrado na Figura 3.5, o que reduz o efeito entre as variáveis.

A análise encontrou a relação de causalidade na direção $TIC400 \rightarrow PIC400$ como significativa, isto pode ser explicada pela equação dos gases ideais, já que um aumento

eletrostáticos ocorrer com uma maior eficiência, é necessário aumentar a temperatura da mistura óleo-água. Assim primeiramente a mistura passa pelo primeiro trocador de calor que irá pré aquecer a mistura para o segundo trocador de calor, onde será feito um controle final da temperatura da mistura antes dela ser enviada para o separador eletrostático. Após o óleo ser separado da água, ele não pode ser armazenado com uma temperatura muito elevada, assim ele deve ser novamente resfriado para o seu armazenamento. Este processo de resfriamento ocorre inicialmente no primeiro trocador e é finalizado no terceiro trocador, onde ocorre o controle da temperatura do óleo utilizando injeção de água fria no trocador, através da válvula TCV-6. É importante notar que o trocador 1 funciona tanto como um pré-aquecedor para o trocador 2, quanto como um pré-resfriador para o trocador 3.

A Figura 3.16 mostra o mapa causal do processo e a Tabela 3.6 mostra a descrição das variáveis selecionadas para análise.

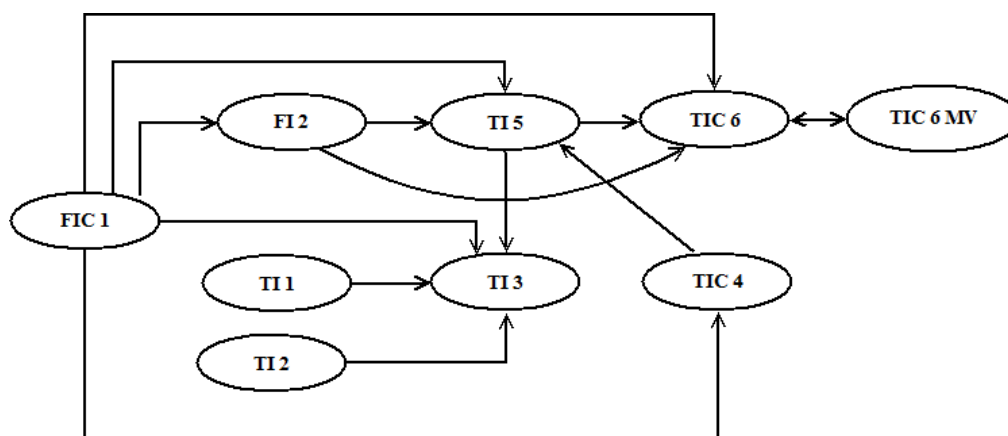


Figura 3.16. Mapa causal do processo dos trocadores de calor

Tabela 3.6. Descrição das variáveis selecionadas

Nome	Descrição
TI-1	Temperatura do tanque de decantação A
TI-2	Temperatura do tanque de decantação B
FIC-1	Alimentação de óleo cru
TI-3	Temperatura alimentação de óleo
TIC-4	Temperatura alimentação Pré-TO
FI-2	Vazão total de óleo na saída do separador
TI-5	Temperatura alimentação de óleo
TIC-6	Temperatura de saída de óleo
TIC-6MV	Temperatura de saída de óleo-Válvula

Para a realização das análises, foram coletados 1419 dados com tempo de amostragem de 30 segundos.

Ao utilizar o teste de *Dickey-Fuller aumentado* para verificar a existência de raízes unitárias, verificou-se que todos os sinais temporais são integrados de ordem 1, com isto, foi necessário diferenciá-los uma vez para atingir a condição de covariância estacionária requerida para a aplicação dos métodos. A Figura 3.17 (a) mostra os sinais originais no tempo e (b) após a aplicação da primeira diferenciação.

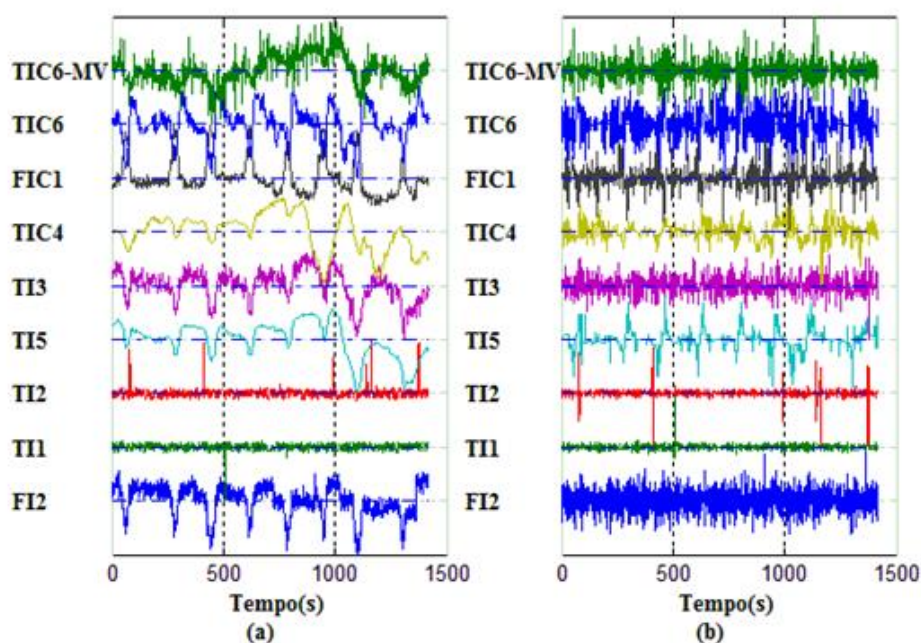


Figura 3.17. (a) Sinais originais no tempo. (b) Sinais no tempo após a diferenciação

3.4.1 Aplicação do Método de Granger

Ao aplicar os critérios de seleção da ordem dos modelos nos sinais diferenciados das 9 malhas, as ordens encontradas pelos critérios AIC, BIC e HQ foram, respectivamente, 9, 3 e 4. A Tabela 3.7 mostra a ordem do modelo para o qual os resíduos são ruído branco de acordo com o teste de *Durbin-Watson* e o intervalo das ordens escolhidas para inferir a causalidade de Granger tendo determinado sinal como saída.

Tabela 3.7. Ordens de estimação dos modelos cujos resíduos se tornam ruído branco e intervalos utilizados para inferência da causalidade de Granger.

<i>Análise de resíduos</i>								
<i>FI2</i>	<i>TI1</i>	<i>TI2</i>	<i>TI5</i>	<i>TI3</i>	<i>TIC4</i>	<i>FIC1</i>	<i>TIC6</i>	<i>TIC6MV</i>
$p \geq 4$	$p \geq 10$	$p \geq 17$	$p \geq 10$	$p \geq 12$	$p \geq 11$	$p \geq 5$	$p \geq 6$	$p \geq 15$
<i>Intervalos das ordens para inferência da causalidade de Granger</i>								
<i>FI2</i>	<i>TI1</i>	<i>TI2</i>	<i>TI5</i>	<i>TI3</i>	<i>TIC4</i>	<i>FIC1</i>	<i>TIC6</i>	<i>TIC6MV</i>
$4 \leq p$	$10 \leq p$	$17 \leq p$	$10 \leq p$	$12 \leq p$	$11 \leq p$	$5 \leq p$	$6 \leq p$	$15 \leq p$
≤ 30	≤ 30	≤ 30	≤ 30	≤ 30	≤ 30	≤ 30	≤ 30	≤ 30

Após a diferenciação dos sinais das 9 malhas, o tamanho da amostra de dados é $T = 1418$, como $n = 9$, deve ser verificado se a análise condicional de Granger pode ser aplicada. De acordo com a expressão (2.14) e utilizando $p = 30$ para analisar o caso em que será utilizada a maior ordem, tem-se que $1418 \geq 300$, logo será utilizada a causalidade condicional de Granger nesta análise.

O resultado da inferência da estatística f na análise de causalidade de Granger para os 9 sinais é mostrado na Figura 3.18.

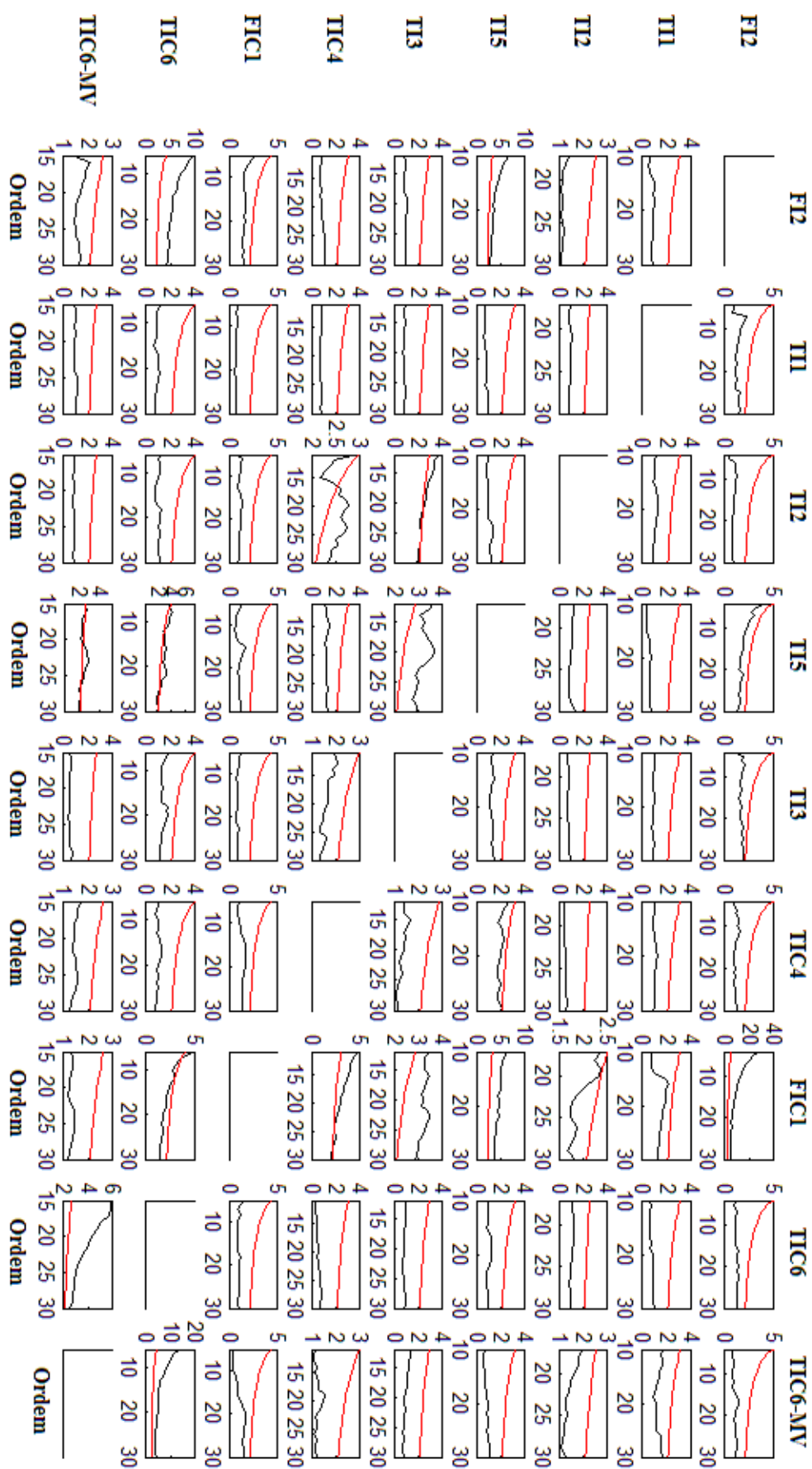


Figura 3.18. Resultados da inferência estatística para os 9 sinais do processo dos trocadores de calor

Da mesma forma que a análise utilizando os sete sinais da termoeletrônica, esta análise para os sinais da planta dos trocadores de calor da plataforma de petróleo e gás possui resultados que são sensíveis à escolha da ordem do modelo.

A análise da Figura 3.18 mostra relações de causalidade bem consistentes em algumas direções, por exemplo, na direção $FIC1 \rightarrow FI2$. Mostra também relações que variam com o aumento da ordem do modelo, como na direção $TI2 \rightarrow TIC4$. Novamente, a consistência dos modelos de estimação ficou abaixo do limiar de 80%, em torno de 66% para todas as ordens de estimação, mas isto se deve ao fato da necessidade da diferenciação dos sinais para a aplicação dos métodos para garantir que eles tenham a covariância estacionária. A Figura 3.19 mostra o mapa causal obtido após as análises utilizando o método de Granger para este exemplo. Novamente, as setas pretas indicam relações de causalidade consistentes encontradas pelo método e as vermelhas pontilhadas indicam relações de causalidade duvidosas.

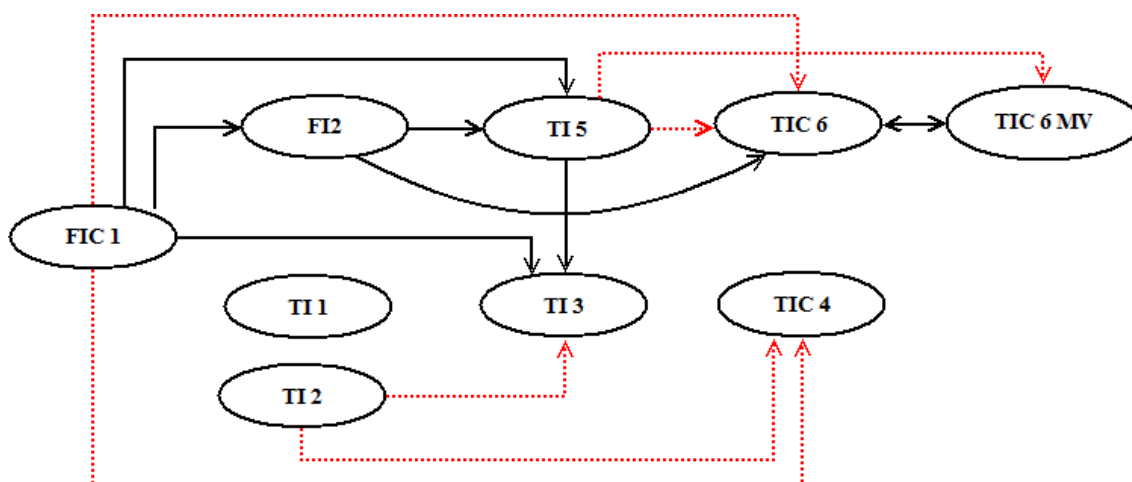


Figura 3.19. Mapa causal obtido pela análise da Figura 3.18

A frequência em que as relações de causalidade duvidosas apareceram no intervalo da ordem utilizada foi calculada e os resultados são mostrados na Tabela 3.8.

Tabela 3.8. Frequências de detecções e ausência de detecções de causalidade para as relações duvidosas

Direção	Presença de causalidade (%)	Ausência de causalidade (%)
$TI2 \rightarrow TI3$	52,6	47,4
$TI2 \rightarrow TIC4$	70	30
$TI5 \rightarrow TIC6$	68	32
$TI5 \rightarrow TIC6MV$	31,2	68,8
$FIC1 \rightarrow TIC4$	90	10
$FIC1 \rightarrow TIC6$	8	92

A primeira linha da Tabela 3.8 mostra que na direção $TI2 \rightarrow TI3$, nem a frequência da presença quanto da ausência da causalidade ficaram acima de 60%. Portanto, esta direção não pôde ser evidenciada pelo método e não será incluída no mapa causal. O novo mapa causal com as análises baseadas nos resultados da Figura 3.18 e da Tabela 3.8 foi obtido e está mostrado na Figura 3.20.

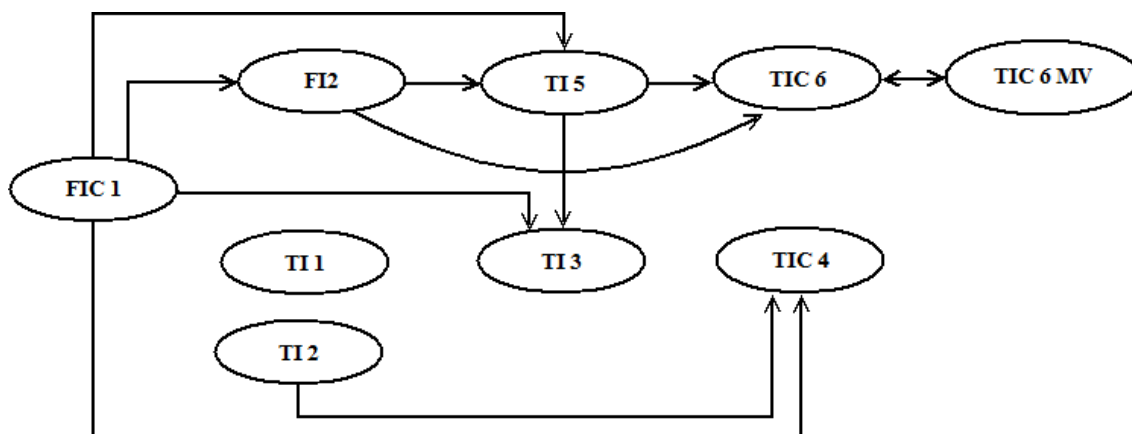


Figura 3.20. Novo mapa causal obtido após a utilização da frequência de causalidade

3.4.2 Aplicação do método da análise de resíduos modificado

Nesta análise utilizou-se o método CRRA modificado com um nível de confiança $\alpha = 5\%$ e $\tau = 25$ atrasos. A Tabela 3.9 mostra as ordens estimadas para os quais os resíduos dos modelos se tornaram ruído branco através da utilização da expressão (2.25).

Tabela 3.9. Ordens estimadas para os modelos de pares de variáveis

Variáveis	FI2	TI1	TI2	TI5	TI3	TIC4	FIC1	TIC6	TIC6MV
FI2	-	3	3	3	3	3	4	3	3
TI1	16	-	16	16	16	16	16	16	13
TI2	17	17	-	17	17	17	17	17	16
TI5	3	3	3	-	3	3	8	3	3
TI3	5	4	4	11	-	4	6	6	4
TIC4	11	11	11	11	11	-	11	11	11
FIC1	5	5	5	5	5	5	-	5	5
TIC6	7	9	9	7	9	9	6	-	9
TIC6MV	8	8	8	15	8	8	8	8	-

Após a estimação da ordem dos modelos, é realizado (utilizando as ordens encontradas) o teste da independência entre resíduo e entrada para atrasos negativos de acordo com a expressão (2.26) e inferida a causalidade entre as variáveis. Após a aplicação do teste da independência entre resíduo e entrada e a averiguação das relações de causalidade diretas e indiretas através da utilização do critério de Akaike, foi obtido

o mapa causal das relações de causalidade para o processo em questão utilizando o método CRRA Modificado. O mapa causal apenas com as relações diretas encontradas é mostrado na Figura 3.21.

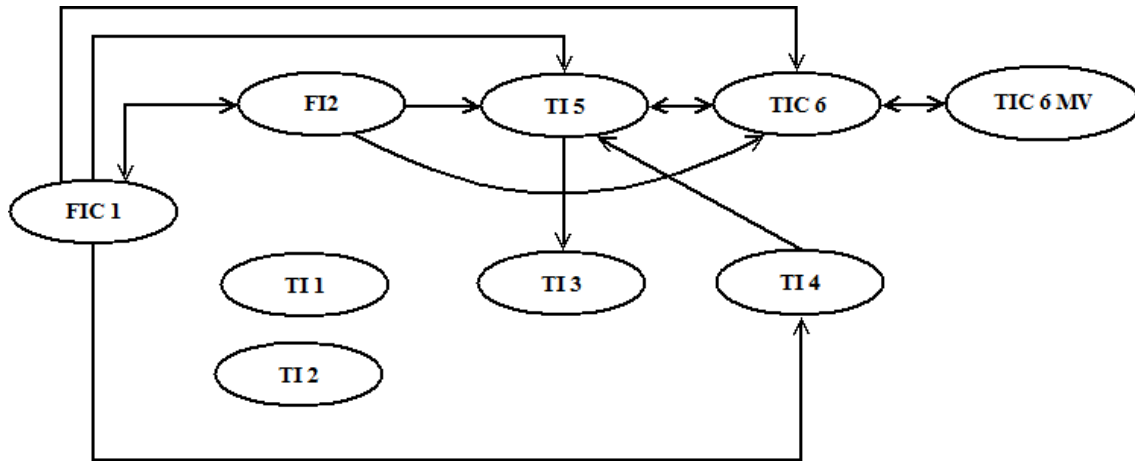


Figura 3.21. Mapa causal obtido utilizando método CRRA Modificado

Por fim, é necessário verificar se os sinais são persistentemente excitantes. A análise da persistência da excitação dos sinais foi feita utilizando a ordem máxima encontrada para cada entrada utilizada de acordo com a análise de Granger e CRRA. Como a maior ordem utilizada foi 30 quando se considerou a análise de Granger, a persistência da excitação será verificada utilizando esta ordem. A Figura 3.22 mostra os valores singulares de cada regressor da entrada para $p = 30$.

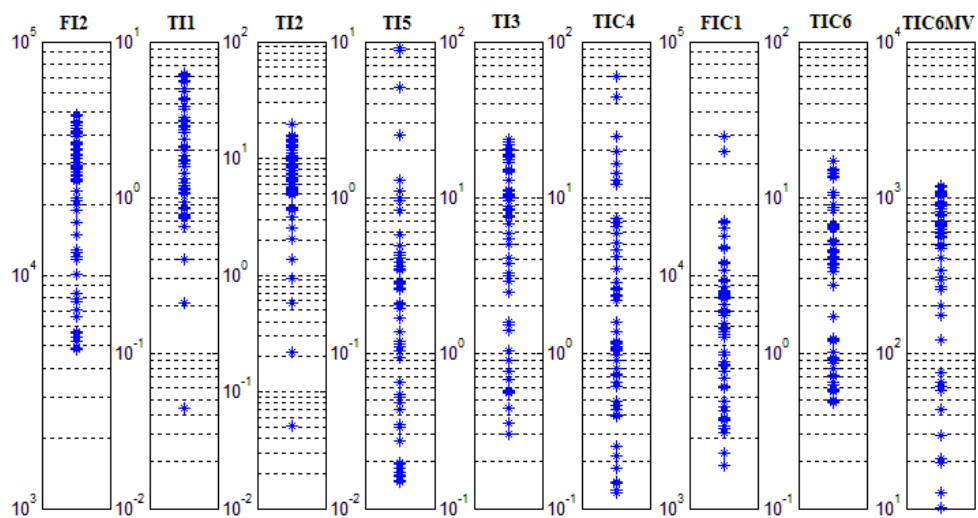


Figura 3.22. Valores singulares dos regressores de entrada para os nove sinais do processo dos trocadores de calor

Como mostrado na Figura 3.22, os $2p$ valores singulares de cada regressor de entrada são maiores do que zero, portanto, pode-se concluir que os dados utilizados nas estimações dos modelos *ARX* são suficientemente ricos de ordem 30.

3.4.3 Comentários

A Figura 3.23 mostra o mapa causal obtido utilizando os dois métodos aplicados, sendo que os arcos pretos indicam relações de causalidade comuns encontradas pelos dois métodos, os arcos verdes mostram somente as relações encontradas pelo método de Granger e os arcos marrons mostram apenas as relações encontradas pelo método CRRA modificado.

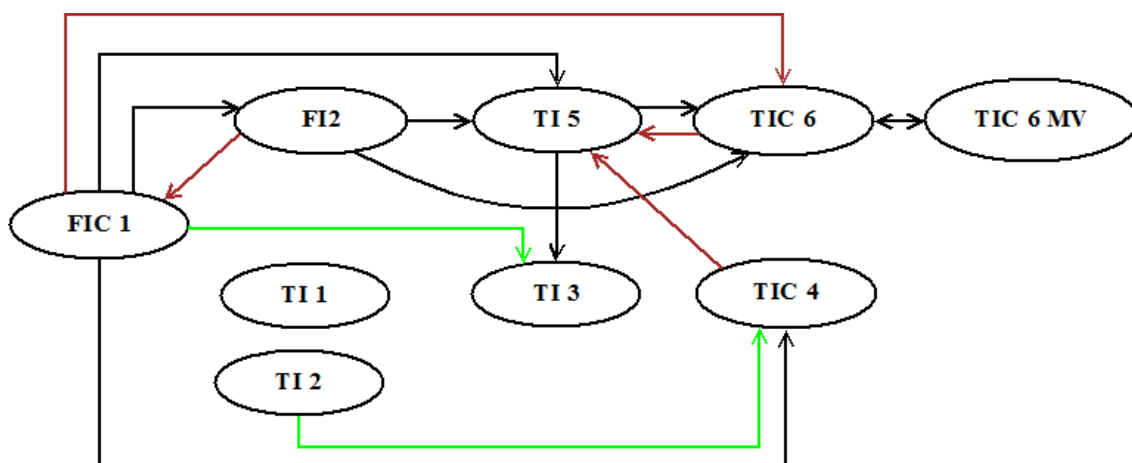


Figura 3.23. Mapas causais obtidos pelas aplicações dos métodos. Os arcos pretos representam as relações comuns encontradas pelos dois métodos, os arcos verdes mostram somente as relações encontradas pelo método de Granger e os arcos marrons mostram apenas as relações encontradas pelo método CRRA modificado.

A comparação do mapa causal obtido pela análise de Granger com o fornecido pelos operadores, como mostrado na Figura 3.16, mostra que o método conseguiu identificar a maioria das relações de causalidade existentes no processo, com exceção apenas das relações nas direções (falsos negativos): $TI1 \rightarrow TI3$, $TI2 \rightarrow TI3$, $TIC4 \rightarrow TI5$ e $FIC1 \rightarrow TIC6$. A direção $TI2 \rightarrow TI3$ não foi incluída no diagrama causal de Granger como explicado anteriormente, porém como a $TI2$ é a temperatura da mistura armazenada no tanque de decantação B e o óleo deste tanque é bombeado para a tubulação, verifica-se que a $TI2$ realmente possui uma influência na $TI3$. O método também encontrou uma indicação de causalidade na direção $TI2 \rightarrow TIC4$, que não foi incluída no diagrama fornecido pelos operadores (falso positivo).

O mapa causal obtido pela análise do método CRRA modificado para este exemplo obteve algumas falsas indicações, como pode ser observado nas direções $FI2 \rightarrow FIC1$ e $TIC6 \rightarrow TI5$. O método não conseguiu detectar as relações de causalidade na direção $FIC1 \rightarrow TI3$ (como o método de Granger indicou), nem nas direções $TI1 \rightarrow TI3$ e $TI2 \rightarrow TI3$. Porém conseguiu detectar na direção $TIC4 \rightarrow TI5$ (direção que não foi indicada causalidade pelo método de Granger).

Fica claro nas análises que a malha de vazão *FIC1* é de extrema importância no processo e que ela influencia quase todas as outras variáveis (exceto a *TI1* e a *TI2*), tanto diretamente quando indiretamente. Esta variável foi encontrada nos diagramas causais dos dois métodos como a variável mais importante do processo.

Este exemplo possui todas as variáveis integradas de ordem 1, portanto houve a necessidade de diferenciar todos os sinais apenas 1 vez para atingir a condição da covariância estacionária antes da aplicação dos métodos.

4 Conclusões

Neste trabalho foi analisado o efeito da ordem dos modelos em métodos paramétricos de detecção de causalidade, assim como propostas de melhoria para reduzir a presença de relações espúrias de causalidade.

Para o método de Granger, foi mostrado como a escolha da ordem do modelo influencia nos resultados da inferência da estatística f na análise da causalidade. Uma comparação de três diferentes critérios de seleção de ordem de modelos baseados na teoria da informação foi realizada. Mostrou-se que a escolha de um determinado critério pode gerar resultados diferentes nas relações de causalidade quando aplicado a sinais que não tenham covariância estacionária, mesmo que os resíduos de estimação dos modelos sejam ruído branco. Para contornar o problema da sensibilidade do método de Granger em relação a ordem escolhida para o modelo, foi proposta a análise da causalidade em relação a um intervalo de ordens estipulado pelos critérios e pela condição dos resíduos se tornarem ruído branco, verificando a frequência em que as relações de causalidade aparecem ou não dentro de um limiar de 60%.

Para o caso do método de detecção de causalidade baseado na análise de resíduos, foram propostas melhorias utilizando a correção de *Bonferroni* para os testes de múltiplas comparações de independência entre os resíduos e as entradas, assim como uma mudança no fluxograma do algoritmo do método ao substituir os testes consecutivos pela análise de pertinência ao intervalo de confiança utilizado. O exemplo de aplicação do método CRRA utilizando dados sintéticos, mostrou a importância da utilização da correção para os testes de múltiplas comparações quando se compara o método modificado e o original, utilizando índices de desempenho. Em relações às detecções espúrias, o método modificado conseguiu manter próximo dos níveis de confiança utilizados a porcentagem de erros do Tipo I, enquanto que o método original não.

Por não possuir a covariância estacionária, os dados dos processos industriais aqui estudados são mais desafiadores à aplicação dos métodos de causalidade. No exemplo da aplicação aos dados da plataforma de produção de petróleo e gás, o método de Granger encontrou um número maior de falsos negativos e um número menor de falsos positivos, quando comparado ao método CRRA modificado. No caso da plataforma de produção de óleo e gás avaliado, apesar de um método ser mais propenso a detectar falsos positivos ou falsos negativos que o outro, os dois métodos conseguiram descobrir

a topologia das relações de causalidade entre as variáveis deste processo industrial de uma forma muito próxima à fornecida pelos operadores do processo. Isto já era de se esperar em virtude das melhorias implementadas nos dois métodos.

A busca pela ordem máxima a ser alcançada na análise de Granger ao utilizar o intervalo de ordens para analisar a causalidade entre as variáveis pode ser uma proposta para um possível trabalho futuro. Outro fator importante para as análises foi a questão do pré-tratamento dos dados. Neste trabalho, os dados que não possuíam a covariância estacionária foram diferenciados para a aplicação dos testes estatísticos, porém existe na literatura a condição dos dados serem cointegrados. Esta condição não foi analisada neste trabalho, podendo ser avaliada em trabalhos futuros para que não haja a necessidade de diferenciar os dados na realização das análises de causalidade aqui propostas.

Por fim, as análises de resultados deste trabalho evidenciam os cuidados necessários e indicam procedimentos que podem aumentar a confiança sobre a detecção das relações de causalidade entre variáveis de um determinado processo.

Referências Bibliográficas

- AGUIRRE, L. A. **Introdução à identificação de sistemas: Técnicas lineares e não-Lineares aplicadas a sistemas reais**. 3ª. ed. Belo Horizonte: UFMG, 2007.
- BARNETT, L.; SETH, A. K. The MVGC multivariate Granger causality toolbox: A new approach to Granger-causal inference. **Journal of Neuroscience Methods**, v. 223, p. 50-68, February 2014.
- BAUER, M. et al. Finding the direction of disturbance propagation in a chemical process using transfer entropy. **IEEE Transactions On Control Systems Technology**, v. 15, n. 1, p. 12-21, January 2007.
- BUENO, R. D. L. D. S. **Econometria de séries temporais**. 2ª. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2011.
- COMINCIOLI, B. The stock market as a leading economic indicator: An application of Granger causality. **Honors Projects**, Paper 54 1995.
- COOK, S. Further analysis of spurious causality. **Mathematics and Computers in Simulation**, v. 79, p. 647–651, June 2008.
- DING, M. et al. Short-window spectral analysis of cortical event-related potentials by adaptive multivariate autoregressive modeling: data preprocessing, model validation, and variability assessment. **Biological Cybernetics**, v. 83, p. 35-45, 2000.
- DING, M.; CHEN, Y.; BRESSLER, S. L. Granger causality: Basic theory and application to neuroscience. In: SCHELTER, B.; WINTERHALDER, M.; TIMMER, J. **Handbook of Time Series Analysis: Recent Theoretical Developments and Applications**. 1ª. ed. [S.l.]: Wiley-VCH, 2006. Cap. 17, p. 437-460.
- DURBIN, J.; WATSON, G. S. Testing for serial correlation in least squares regression: I. **Biometrika**, v. 37, n. 3/4, p. 409-428, 1950.
- ENDERS, W. **Applied econometric time series**. 3ª. ed. New York: Wiley, 2009.
- FACELI, K. et al. **Inteligência artificial: Uma abordagem de aprendizado de máquina**. 1ª. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2011.
- GARCIA, G. M.; MUNARO, C. J. Improving causality detection with wavelet denoising. **Congresso Brasileiro de Autômática**, Belo Horizonte, Setembro 2014.
- GEVERS, M.; BAZANELLA, A.; MISKOVIC, L. Informative data: How to get just sufficiently rich? **47th IEEE Conference on Decision and Control**, Cancun, p. 1962 - 1967, December 2008. ISSN 0191-2216.
- GRANGER, C. W. J. Investigating causal relationship by econometric models and cross-spectral methods. **Econometrica**, v. 37, n. 3, p. 424-438, August 1969.

- GRANGER, C. W. J.; NEWBOLD, P. Spurious regressions in econometrics. **Journal of Econometrics**, v. 2, p. 111-120, 1974.
- GUJARATI, D. N.; PORTER, D. C. **Econometria básica**. 5ª. ed. New York: Mc Graw Hill, 2011.
- HAMILTON, J. D. **Time series analysis**. 1ª. ed. [S.l.]: Princeton University Press, 1994.
- HASTIE, T.; TIBSHIRANI, R.; FRIEDMAN, J. **The elements of statistical learning: Data mining, inference and prediction**. 2ª. ed. New York: Springer-Verlag, 2009.
- HE, Z.; MAEKAWA, K. On spurious Granger causality. **Economics Letters**, May 2001. 307-313.
- HUME, D. **A treatise of human nature**. [S.l.]: Oxford University Press, 2000.
- KLEINBERG, S. **Causality, probability and time**. 1ª. ed. [S.l.]: Cambridge University Press, 2012.
- LAWLOR, D. A.; SMITH, G. D.; EBRAHIM, S. Commentary: The hormone replacement coronary heart disease conundrum: is this the death of observational epidemiology? **International Journal of Epidemiology**, v. 33, n. 3, p. 464-467, May 2004.
- LEAMER, E. E. Vector autoregressions for causal inference? **Journal of Monetary Economics**, v. 22, p. 255-304, January 1985.
- LJUNG, L. **System identification: Theory for the user**. 2ª. ed. [S.l.]: Prentice Hall PTR, 1999.
- LÜTKEPOHL, H. **New introduction to multiple time series analysis**. 1ª. ed. [S.l.]: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2005.
- MARQUES, V. M. **Um novo método de detecção de causalidade com aplicação para identificação de fontes de distúrbios oscilatórios**. Universidade Federal do Espírito Santo. Vitória, p. 157. 2015.
- MARQUES, V.; MUNARO, C. J.; SHAH, S. L. Detection of causal relationships based on residual analysis. **IEEE Transactions On Automation Science and Engineering**, v. 12, n. 4, p. 1525-1534, October 2014.
- MCDONALD, J. H. **Handbook of biological statistics**. 3ª. ed. Baltimore: Sparky House Publishing, 2014.
- PEARL, J. **Causality: Models, reasoning, and inference**. 2ª. ed. New York: Cambridge University Press, 2009.

- PHAM, T. M. L.; TRAN, T. P. P. The Granger causality relationship between international tourist arrivals and foreign direct investment: Empirical evidence from Turkey. **The 9th International Days of Statistics and Economics**, Praga, Setembro 2015. 1291-1300.
- RUSSO, F. **Causality and causal modelling in the social sciences**. 1^a. ed. New York: Springer, v. 5, 2009.
- SAID, S. E.; DICKEY, D. A. Testing for unit roots in autoregressive-moving average models of unknown order. **Biometrika**, v. 71, n. 3, p. 599-607, December 1984.
- SCHREIBER, T. Measuring information transfer. **Physical Review Letters**, v. 85, p. 461-464, July 2000.
- SETH, A. K. A MATLAB toolbox for Granger causal connectivity analysis. **Journal of Neuroscience Methods**, v. 186, n. 2, p. 262–273, February 2010.
- SETH, A. K.; BARRETT, A. B.; BARNETT, L. Granger Causality analysis in neuroscience and neuroimaging. **The Journal of Neuroscience**, v. 35, n. 8, p. 3293-3297, 2015.
- SIYAL, M. Y.; FURQAN, M. S.; MONIR, S. M. G. Granger causality: Comparative analysis of implementations for gene regulatory networks. **The 13th International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision**, Singapore, p. 793 - 798, December 2014.
- TAM, G. H. F.; CHANG, C.; HUNG, Y. S. Application of Granger causality to gene regulatory network discovery. **IEEE 6th International Conference on Systems Biology (ISB)**, Xi'an, p. 232 - 239, August 2012.
- URBAIN, J. P. Model selection criteria and granger causality tests: An empirical note. **Economics Letters**, v. 29, p. 317-320, January 1989.
- WIENER, N. The theory of prediction. In: BECKENBACH EF, E. **Modern mathematics for the engineer**. New York: McGraw-Hill, v. 1, 1956. p. 165-190.
- YANG, F. et al. **Capturing connectivity and causality in complex industrial processes**. 1^a. ed. [S.l.]: Springer International Publishing, 2014.
- YU, W.; YANG, F. Detection of causality between process variables based on industrial alarm data using transfer entropy. **Entropy**, v. 17, n. 8, p. 5868-5887, August 2015.